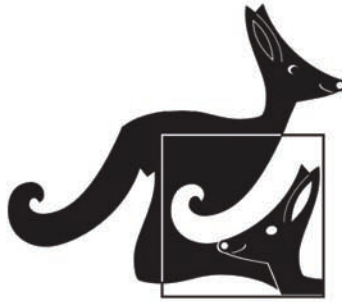


به نام خدا



راه حل مسابقه‌ی بین‌المللی ریاضیات کانگورو ۱۳۹۶  
پایه‌های هفتم و هشتم  
(دوره‌ی متوسطه‌ی اول)

راه حل مسئله‌های سه امتیازی

۱. (۲)

$$۱۷ : ۰۰ + ۱۷ : ۰۰ - ۲۴۰۰ = ۱۰ : ۰۰$$

۲. (۳)

$$۱ + ۳ + ۶ + ۱ = ۱۱$$

۳. (۳) جواب معادله‌ی  $-۳۳ = x - ۱۷$ ،  $x = ۱۶$  است.

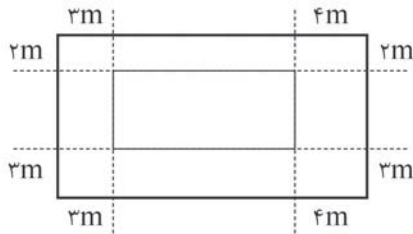
۴. (۱) اگر هر نوار سفید طرف راست را با نوار رنگی متناظرش در طرف چپ

عوض کنیم، همه‌ی نیمه‌ی سمت چپ سفید می‌شود.

۵. (۲)

۶. (۵)

$$۲ \times (۲ + ۳ + ۴ + ۳) = ۲۴ \text{ m}$$



۷. (۴)

۸. (۴) تنها انتخاب ممکن ۱ و ۲ و ۴ است.

۹. (۲)

$$۱۶ - ۹ + ۴ - ۱ = ۱۰$$

۱۰. (۱) فرض کنید  $x$  پولی باشد که یلدا باید به هر کدام از خواهرهایش بدهد. در این صورت باید

$$۲۰۰۰۰ - ۴x = ۱۰۰۰۰ + x$$

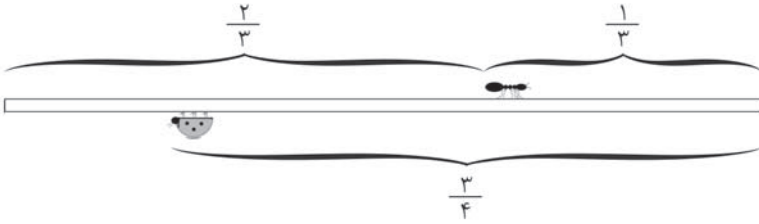
$$۵x = ۱۰۰۰۰$$

$$x = ۲۰۰۰$$

راه حل مسئله‌های چهار امتیازی

۱۱. (۵)

$$\frac{۳}{۴} - \frac{۱}{۳} = \frac{۵}{۱۲}$$



۱۲. (۱)  $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$  از تماشاچی‌ها بچه هستند و  $1 - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$  از بچه‌ها دختر؛ پس دخترها  $\frac{5}{6} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{4}$  از تماشاچی‌ها هستند.

۱۳. (۴) در هر مثلث، دو ضلع از خط شکسته هستند و یک ضلع از خط چین است؛ پس طول خط شکسته دو برابر طول خط چین است.

۱۴. (۱) تنها حاصل جمع‌های مضرب پنج  $12 + 3$  و  $12 + 8$  هستند؛ پس محمد ۱۲ ساله است و احمد و حمید ۳ و ۸ سال دارند و در نتیجه، حامد ۱۴ ساله است.

۱۵. (۵)  $100 - 35 = 30\%$  از شرکت‌کنندگان پسر هستند و پسرها  $65 - 35 = 30\%$  از دخترها بیشترند؛ پس تعداد کل شرکت‌کنندگان برابر است با

$$\frac{100}{30} \times 252 = 840$$

۱۶. (۱) اگر عددهای سه خانگی سمت چپ را با عددهای سه خانگی سمت راست جمع کنیم، عدد خانگی وسط را دو بار و بقیه‌ی خانه‌ها را یک بار جمع کرده‌ایم؛ پس عدد خانگی وسط برابر است با

$$22 + 25 - 35 = 12$$

و در نتیجه، عدد خانگی خاکستری سمت چپ برابر است با

$$22 - (3 + 12) = 7$$

و عدد خانه‌ی خاکستری سمت راست برابر است با

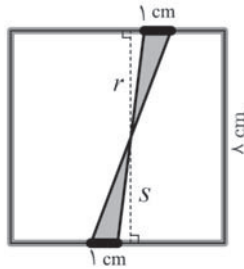
$$۲۵ - (۱۲ + ۴) = ۹$$

۱۷. (۲)

۱۸. (۲) دو مثلث خاکستری با هم هم‌نهشت هستند؛ پس  $r = s = ۴ \text{ cm}$  و

در نتیجه مساحت هر مثلث برابر است با

$$\frac{۱}{۲} \times ۱ \times ۴ = ۲ \text{ cm}^2$$



۱۹. (۲)

۲۰. (۴) می‌دانیم که  $۲ + x = x + y = y + ۳$ ؛ پس  $x = ۳$  و  $y = ۲$  و در

نتیجه حاصل جمع عددهای هر دو خانه‌ای که ضلع مشترک دارند برابر ۵ است

که یعنی همه‌ی خانه‌ها باید با همین الگو ۲ یا ۳ باشند. حاصل جمع همه‌ی

عددهای جدول برابر است با  $۲۲ = ۵ \times ۲ + ۴ \times ۳$ .

۲	$x$	$y$
		۳

راه حل مسئله‌های پنج امتیازی

۲۱. (۳) زاویه‌ی وسطی حتماً از  $90^\circ$  کوچک‌تر است. حاصل جمع هر دو زاویه‌ای برابر است با  $180^\circ$  منهای زاویه‌ی سوم؛ پس کم‌ترین مقدار حاصل جمع کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین زاویه به ازای بزرگ‌ترین مقدار ممکن زاویه‌ی وسطی به دست می‌آید. به این ترتیب، کم‌ترین مقدار حاصل جمع برابر است با  $91^\circ = 180^\circ - 89^\circ$ . این مقدار به ازای  $1^\circ$ ،  $89^\circ$  و  $90^\circ$  به دست می‌آید.

۲۲. (۳)

۲۳. (۲) به پنج عدد کوچک‌تر ۵ اضافه کنید و به چهار عدد بزرگ‌تر ۲.

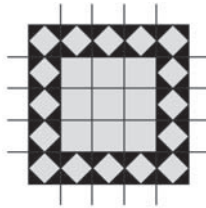
۲۴. (۱) در هر دقیقه، خودرو  $\frac{1}{35}$  مسیر را طی می‌کند و اتوبوس  $\frac{1}{60}$  مسیر را. نزدیک‌ترین اتوبوس ۳ دقیقه از خودرو جلوتر است؛ پس اگر خودرو پس از  $t$  دقیقه به اتوبوس برسد، باید

$$\frac{1}{35}t = \frac{1}{60}(t + 3)$$

که یعنی  $t = 4/2$  و در نتیجه، هر  $4/2$  دقیقه خودرو از یک اتوبوس جلو می‌زند. به این ترتیب، در ۳۵ دقیقه، خودرو از ۸ اتوبوس جلو می‌زند.

۲۵. (۴)

$$\frac{4 \times 4 \times \frac{1}{4}}{5 \times 5} = \frac{32}{100}$$



۲۶. (۱) چند جمله‌ی دنباله را می‌نویسیم:

$$2, 3, 6, 8, 8, 4, 2, 8, 6, 8, 8, 4, 2, 8, 6, 8, 8$$

از سومین جمله، دنباله شش جمله شش جمله تکرار می‌شود. چون

$$1396 = 2 + 232 \times 6 + 2$$

عدد ۱۳۹۶ ام باید دومین جمله‌ی قطعه‌ی شش جمله‌ای باشد.

۲۷. (۴) جایی که تونل‌ها به هم می‌رسند، هر مکعب حذف شده در سه مسیر

شمرده می‌شود؛ پس تعداد مکعب‌های حذف شده برابر است با

$$3 \times 3 \times 5 - 3 \times 2 = 39$$

۲۸. (۵) فرض کنید دو دونه به هم رسیده‌اند. از این لحظه به بعد، در  $t$  دقیقه اولی

$\frac{t}{5}$  و دومی  $\frac{t}{8}$  مسیر را می‌دوند؛ پس وقتی به هم می‌رسند که  $1 = \frac{t}{5} + \frac{t}{8}$  که

یعنی  $t = \frac{40}{13}$  دقیقه. در این مدت، دنده‌ی دوم به اندازه‌ی  $32^\circ = \frac{40}{13} \times \frac{720}{5}$

متر می‌دود.

۲۹. (۴) بجز پایین‌ترین ردیف، هر عدد فرد از جمع یک عدد زوج و یک عدد فرد

به دست می‌آید؛ پس تعداد عددهای فرد باید دو برابر عددهای زوج باشد.

۳۰. (۴) مساحت مثلث  $MAB$  برابر است با  $\frac{1}{4}S$ ، پس حاصل جمع مساحت

مثلث‌های  $AMD$  و  $MBC$  برابر است با  $\frac{1}{4}S$ . حاصل جمع مساحت مثلث‌های

$MDE$  و  $MFC$  برابر است با  $\frac{1}{6}S = \frac{1}{4}S - \frac{1}{4}S$ . مساحت مثلث  $OCD$

برابر است با  $\frac{1}{4}S$ ؛ پس مساحت چهارضلعی  $EOFM$  برابر است با

$$\frac{1}{4}S - \frac{1}{6}S = \frac{1}{12}S$$