

راه حل مسئله‌های ریاضیات کانگورو ۱۳۹۵

پایه‌های هفتم و هشتم (دوره‌ی متوسطه‌ی اول)

راه حل مسئله‌های ۳ امتیازی

۱. (۳)

۴, ۵, ۶, ..., ۲۰

۲. (۱)



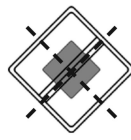
۱ خط تقارن



۰ خط تقارن



۳ خط تقارن



۲ خط تقارن

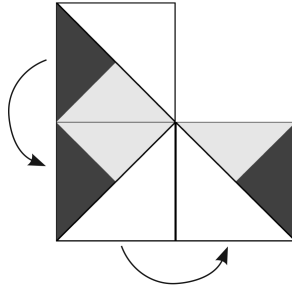


۴ خط تقارن

۳. (۳) از دو زاویه‌ی نیم صفحه، در مجموع یک زاویه‌ی قائمه کم شده است.

۴. (۴) باید یک ۲۶ را برای جبران کم کردن اشتباهی و یک ۲۶ را برای جمع انجام نشده، به ۱۴ - اضافه کنیم.

۵. (۲)



۶. (۱)

$$\text{تعداد گروه‌های پنج‌تایی} = \frac{\text{تعداد سنگ‌ها}}{5} = \frac{555 \times 9}{5} = 999$$

۷. (۳) 60% از معلم‌ها ۴۵ نفر هستند؛ پس تعداد معلم‌ها برابر است با

$$\frac{100}{60} \times 45 = 75$$

تعداد معلم‌هایی که با ماشین به مدرسه می‌آیند برابر است با $75 = 9 \times \frac{12}{100}$.

۸. (۳) مساحت ناحیه‌ی سایه‌خورده با مساحت ناحیه‌ی سایه‌نخورده برابر است؛ پس مساحت ناحیه‌ی سایه‌خورده نصف مساحت مستطیل است.

۹. (۲) تکه‌های طناب دومتری دو برابر تکه‌های طناب یک متری هستند؛ پس تعداد کل تکه‌ها سه برابر تعداد تکه‌های طناب یک متری است و باید مضرب ۳ باشد.

۱۰. (۳) مسیری‌ها عبارت‌اند از SRQSPQ, SPQRSQ, SPQSRQ, SQRSPQ و SQPSRQ, SRQPSQ.

راه‌حل مسئله‌های ۴ امتیازی

۱۱. (۵) محیط مربع برابر است با چهار برابر طول مستطیل به علاوه‌ی چهار برابر عرض مستطیل، که همان دو برابر محیط مستطیل است.

۱۲. (۵) مهدی فقط یک تیله‌ی قرمز دارد که باید 10% تیله‌های باقی‌مانده باشد؛ پس باید 9 تیله‌ی آبی را نگه دارد و $40 = 49 - 9$ تیله‌ی آبی را کنار بگذارد.

$$13. (3) \frac{29}{58} = \frac{1}{2}$$

۱۴. (۲) تعداد بازی‌های هر نفر را می‌شماریم:

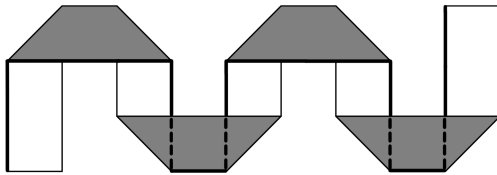
احمد بهزاد جواد داود مجید مهدی علی حمید
۱ ۲ ۳ ۱ ۲ ۱ ۳ ۱ ۳ ۱

پس مسابقه‌ی نهایی بین جواد و علی بود که بیش‌تر از بقیه بازی کرده‌اند.

۱۵. (۲)

۱۶. (۴) اگر به حاصل جمع سن آن‌ها شش سال اضافه کنیم، باید عددی مضرب ۵ به دست بیاید.

۱۷. (۴) طول نوار را پررنگ کرده‌ایم.



۱۸. (۲)

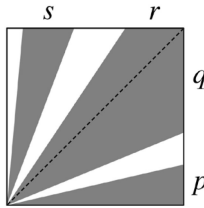
زمان (ثانیه)	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
پسر	۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۰	۳۶	۴۲	۴۸	۵۴	۶۰	۶۶
بچه	۱	۳	۶	۱۰	۱۵	۲۱	۲۸	۳۶	۴۵	۵۵	۶۶

۱۹. (۴) تعداد کل خال‌های هر تاس ۲۱ است، و از هر کدام از شش تاس، یکی از وجه‌ها حذف شده است. حاصل جمع خال‌های شش تاس برابر ۶×۲۱ است و به اندازه‌ی خال‌های یک تاس باید از این خال‌ها کم کنیم؛ پس تعداد خال‌ها برابر است با $۵ \times ۲۱ = ۱۰۵$.

۲۰. (۲) یک سوم راست دست‌ها برابر نصف چپ دست‌ها هستند؛ پس یک سوم راست دست‌ها به علاوه‌ی نصف راست دست‌ها برابر نصف کل دانش‌آموزان هستند. $\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۲} = \frac{۵}{۶}$ ، یعنی $\frac{۵}{۶}$ راست دست‌ها نصف کل دانش‌آموزان یعنی ۱۰ نفر هستند؛ پس تعداد راست دست‌ها برابر است با $\frac{۶}{۵} \times ۱۰ = ۱۲$.

راهنمای مسئله‌های ۵ امتیازی

۲۱. (۴) طول ضلع مربع برابر ۶ است؛ پس مساحت ناحیه‌ی سایه‌خورده برابر است با $\frac{۱}{۴} \times ۶ \times p + \frac{۱}{۴} \times ۶ \times q + \frac{۱}{۴} \times ۶ \times r + \frac{۱}{۴} \times ۶ \times s = ۲۷$



$$p + q + r + s = ۹$$

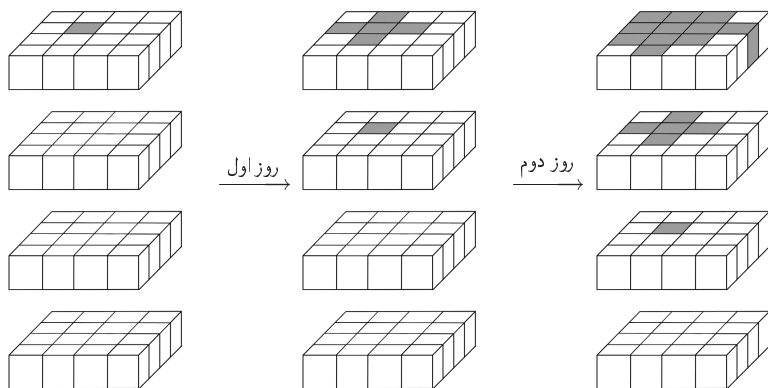
۲۲. (۴) ساعت سعید ده دقیقه عقب است و او فکر می‌کند که ساعتش پنج دقیقه جلو است؛ پس از عددی که ساعتش نشان می‌دهد پنج دقیقه کم می‌کند و به این ترتیب، همیشه $۱۵ = ۱۰ + ۵$ دقیقه از ساعت واقعی عقب‌تر است؛ پس وقتی او فکر می‌کند که ساعت $۱۲:۰۰$ است، ساعت در واقع $۱۵:۱۲$ است. ساعت مجید در این زمان $۱۲:۲۰$ را نشان می‌دهد و او فکر می‌کند

ساعتش ده دقیقه عقب است؛ پس فکر می‌کند ساعت $3^{\circ} : 12$ است.

۲۳. (۵) $10 = 12 - 2$ نفر از آن‌ها $18 = 12 \times 1,5 =$ یک یزدی خورده‌اند و هیچ کدام بیش‌تر از دو کیک یزدی نخورده‌اند؛ پس هشت نفرشان باید دو کیک خورده باشند و دو نفر دیگر هر کدام یک کیک.

۲۴. (۴) فرض کنید تعداد کلوچه‌هایی که به هر کدام از مادر بزرگ‌ها داده شده n است. در این صورت، قبل از وارد شدن شئل قرمزی به خانه‌ی آخرین مادر بزرگ، کلوچه خورده شده که یعنی بعد از خروج از خانه‌ی دومین مادر بزرگ، شئل قرمزی $2n$ کلوچه داشت. پس او باید با $3n$ کلوچه به خانه‌ی مادر بزرگ دوم رفته باشد که یعنی بعد از خروج از خانه‌ی مادر بزرگ اول او $6n$ کلوچه داشت. پس او باید با $7n$ کلوچه وارد خانه‌ی مادر بزرگ اول شده باشد که یعنی از اول $14n$ کلوچه داشت. حتماً بر 7 بخش پذیر است.

۲۵. (۵) ردیف مکعب‌ها را جداگانه نمایش داده‌ایم:



۲۶. (۳) 16 یا از ضرب 1 و 16 به دست آمده است یا از ضرب 2 و 8 . چون $15 \times 15 = 225$ ، باید 16 از ضرب 2 و 8 و 225 از ضرب 9 و 25 به دست آمده باشد.

۲۷. (۱) فرض کنید شعاع‌های دایره‌های به مرکز A, B, C, D, E به ترتیب a, b, c, d, e هستند؛ پس $a + b = ۱۶, b + c = ۱۴, c + d = ۱۷$ و $d + e = ۱۳$ و $e + a = ۱۴$. به این ترتیب $a + b + c + d + e = ۳۷$ چون $a + b + c + d + e + a = ۴۷$ باید $a = ۱۰$ ؛ پس $b = ۶, c = ۸, d = ۹$ و $e = ۴$ در نتیجه، مرکز بزرگ‌ترین دایره A است.

۲۸. (۵) چون $۹ = ۱ + ۰ + ۰ + ۰ + ۱$ ، باید $۵ - ۴۵ = ۵$ واحد را بین عددهای ۱ تا ۹ تقسیم کنیم. حالا فرض کنید عددهای روی مکعب‌های پایینی به این صورت باشند:

$$a \quad e \quad b$$

$$h \quad i \quad f$$

$$d \quad g \quad c$$

در این صورت، عدد روی مکعب بالایی

$$a + b + c + d + ۲e + ۲f + ۲g + ۲h + ۴i$$

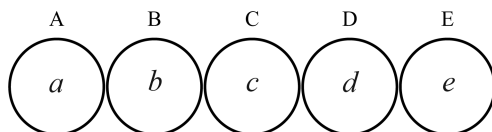
است، یعنی باید بزرگ‌ترین عدد را وسط بگذاریم و بعد، وسط‌های ضلع‌ها و بالاخره

$$۱ \quad ۵ \quad ۲$$

روی مکعب‌های کناری. با جدول $۶ \quad ۱۴ \quad ۸$ ، عدد ۱۱۸ به دست می‌آید.

$$۴ \quad ۷ \quad ۳$$

۲۹. (۳)



تعداد مسافران واگن A تا E را به ترتیب با a تا e نمایش داده‌ایم. تعداد همسایه‌های هر نفر در هر یک از واگن‌ها به ترتیب صفحه‌ی بعد به دست می‌آید:

$$\text{A واگن : } a + b - ۱$$

$$\text{B واگن : } a + b + c - ۱$$

$$\text{C واگن : } b + c + d - ۱$$

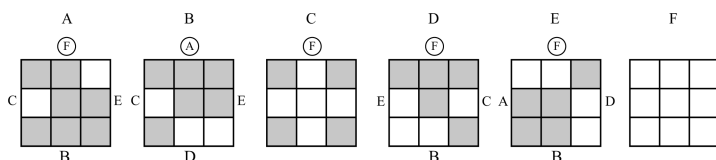
$$\text{D واگن : } c + d + e - ۱$$

$$\text{E واگن : } d + e - ۱$$

با توجه به این که تعداد همسایه‌ها دقیقاً ۵ یا ۱۰ است پس اختلاف تعداد همسایه‌های دو واگن مختلف باید صفر یا ۵ باشد. تعداد همسایه‌های واگن A و B دقیقاً c تا است. c نمی‌تواند صفر باشد. پس حتماً برابر ۵ است. چون $a + b - ۱ = ۵$ و $a + b + c - ۱ = ۱۰$ حتماً صفر نیست، به همین ترتیب می‌توان نتایج زیر را به دست آورد.

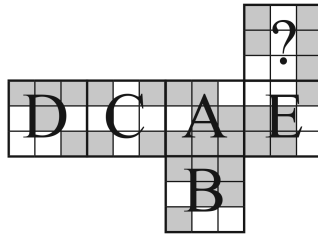
$$\left. \begin{array}{l} c = ۵ \\ a + b = ۶ \\ b + d = ۶ \\ d + e = ۶ \end{array} \right\} \rightarrow a + b + c + d + e = ۶ + ۵ + ۶ = ۱۷$$

۳۰. (۱)



- C و E نمی‌توانند ضلع مشترک داشته باشند. پس روبه‌روی هم هستند و هر یک از وجه‌های A، B، D و F با هر یک از وجه‌های C و E یک ضلع مشترک دارد.
- ضلع‌های مشترک A، B و D با C را می‌توان پیدا کرد. ضلع روبه‌روی هر یک از آن‌ها هم حتماً با E مشترک است.

- در E هم می‌توان ضلع‌های مشترک با A، B و D را مشخص کرد.
- با توجه به ضلع‌های مشترک A و B با E، حتماً این دو وجه با هم ضلع مشترک دارند. این ضلع مشترک را هم می‌توان پیدا کرد.
- هر کدام از وجه‌های A و B تنها یک ضلع مشخص نشده دارند. یکی از آن‌ها باید با D ضلع مشترک داشته باشد که با توجه به ضلع‌های مشخص نشده D می‌توان آن را پیدا کرد. این ضلع در وجه B است.
- پس حالا می‌توان گسترده مکعب را رسم کرد.



- برای یافتن رنگ مربعی که با ؟ مشخص شده است باید تعداد مکعب‌های سیاه و سفید را بشماریم. در شکل زیر تعداد مکعب‌های سیاه را شمرده‌ایم. ۱۵ تا شده است پس مکعب سیاه دیگری نداریم، پس مربع مشخص شده با ؟ حتماً سفید است.

