

## راه حل مسئله‌های ریاضیات کانگورو ۱۳۹۷

پایه‌های هفتم و هشتم

آمنه ابراهیم‌زاده طاری

پاسخ مسئله‌های سه امتیازی

۱. (۲)

$$(20 + 18) \div (20 - 18) = 38 \div 2 = 19$$

۲. (۵)

T  
O  
O  
T

۳. (۲)

$$27 = 11 + 10 + 6 = \text{محیط مثلث متساوی‌الاضلاع} = \text{محیط مثلث}$$

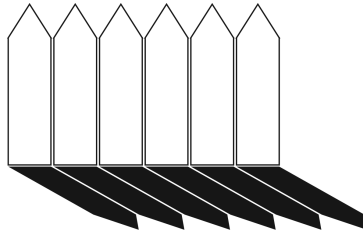
پس طول هر ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع برابر است با  $\frac{27}{3} = 9$ .

۴. (۴) برای به دست آوردن عدد مناسب، دو طرف تساوی را بر  $7 \times 6$  تقسیم می‌کنیم:

$$* = \frac{2 \times \cancel{18^3} \times \cancel{14^2}}{\cancel{7} \times \cancel{6}}$$

یعنی به جای \* باید عدد  $12 = 2 \times 3 \times 2$  را بگذاریم.

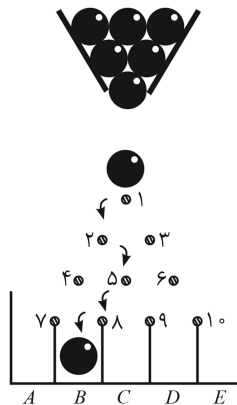
۵. (۳)



۶. (۴) می‌خواهیم ببینیم برای این‌که  $300$  سانتی‌متر بالا برویم، به چند پله  $15$  سانتی‌متری نیاز داریم. کافی است  $300$  را بر  $15$  تقسیم کنیم:

$$\frac{300}{15} = 20$$

۷. (۳) میله‌ها را مانند شکل نام‌گذاری می‌کنیم:



مسیرهای مختلفی که به ستون  $B$  می‌رسند، این‌ها هستند:

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow B, \quad 1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow B$$

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow B, \quad 1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow B$$

۸. (۳) برای پیدا کردن محیط مستطیل بزرگ لازم است عرض هر یک از مستطیل‌های کوچک را به دست بیاوریم. با توجه به شکل،  $5$  برابر

عرض مستطیل‌های کوچک هم‌اندازه دو برابر طول این مستطیل‌ها، یعنی  $20$  سانتی‌متر است. پس عرض هر مستطیل کوچک  $4$  سانتی‌متر

است  $(\frac{20}{5} = 4)$ . در محیط مستطیل بزرگ،  $4$  بار از عرض مستطیل‌های کوچک استفاده شده است و  $6$  بار از طول این مستطیل‌ها. پس

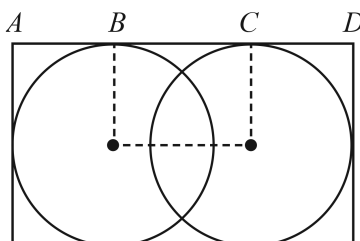
محیط مستطیل بزرگ برابر است با

$$4 \times 4 + 6 \times 10 = 76$$

۹. (۴) قطر هر یک از دایره‌ها  $7$  سانتی‌متر است، پس شعاع هر یک  $3,5$  سانتی‌متر است. طول هر یک از پاره‌خط‌های  $AB$  و  $CD$  برابر شعاع

دایره، یعنی  $3,5$  سانتی‌متر است و طول پاره‌خط  $BC$  برابر است با فاصله مرکز دو دایره. از طرفی طول پاره‌خط  $BC$  برابر است با

$$\overline{BC} = \overline{AD} - \overline{AB} - \overline{CD} = 11 - 3,5 - 3,5 = 4$$



۱۰. (۴) مساحت مربع  $ABCD$  برابر است با  $۳ \times ۳ = ۹$  سانتی متر مربع و مساحت مثلث  $MDC$  برابر است با  $\frac{۱}{۳}$  مساحت مربع، یعنی ۳ سانتی متر مربع. از طرفی می‌توانیم مساحت مثلث  $MDC$  را به این شکل به دست بیاوریم  $\frac{۱}{۳} \times \overline{DC} \times \overline{DM}$  که برابر است با  $\frac{۳}{۳} \times \overline{DM}$ ، یعنی  $\frac{۳}{۳} \times \overline{DM} = ۳$ ، پس  $\overline{DM} = ۲$ .

پاسخ مسئله‌های چهار امتیازی

۱۱. (۲) برای این‌که یکان حاصل ضرب برابر ۲ بشود، باید یکان عدد دوم برابر ۴ باشد ( $۳ \times ۴ = ۱۲$ ). حالا تساوی به

$$\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \times 24 = 3 \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array}$$

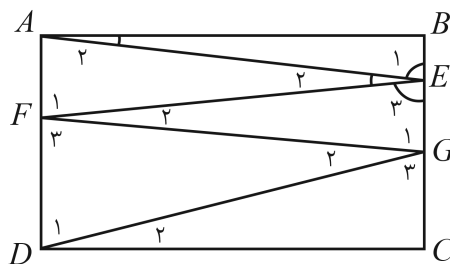
تبدیل می‌شود. اگر به جای رقم دهگان عدد اول، رقم ۱ بگذاریم، داریم  $۱۳ \times ۲۴ = ۳۱۲$ . اگر به جای رقم دهگان عدد اول، رقم ۲ بگذاریم، داریم  $۲۳ \times ۲۴ = ۵۵۲$  و اگر رقمی بزرگ‌تر از ۲ بگذاریم، حاصل ضرب از ۵۷۶ هم بزرگ‌تر می‌شود. پس رقم دهگان عدد اول باید ۱ باشد. پس مجموع رقم‌هایی که خط خورده‌اند، برابر است با  $۱ + ۴ + ۱ = ۶$ .

۱۲. (۳) مستطیل ردیف وسط دارد، پس تعداد ردیف‌هایش عددی فرد است. از طرفی تعداد ردیف‌ها باید شمارنده  $۴۰$  باشند و  $۴۰$  فقط ۲ شمارنده فرد دارد: ۱ و ۵. ولی می‌دانیم تعداد ردیف‌ها بیش‌تر از ۱ است. پس مستطیل ۵ ردیف دارد.  $۴۰ = ۵ \times ۸$ ، یعنی هر ردیف ۸ مربع دارد. پس احسان ۸ مربع را رنگ کرده و ۳۲ مربع را رنگ نکرده است.

۱۳. (۴) اگر به جای یک کتاب، ۲ کتاب یکسان روی ترازو بگذاریم، خطای اندازه‌گیری نصف می‌شود و اگر ۳ کتاب بگذاریم، خطا  $\frac{۱}{۳}$  می‌شود.  $\frac{۱}{۳} = \frac{۵}{۱۵}$ ، پس فرهاد می‌خواهد خطا را  $\frac{۱}{۳}$  کند، یعنی به جای یک کتاب باید ۲ کتاب یکسان روی ترازو بگذارد.

۱۴. (۳) اگر شیر در اتاق اول باشد، جمله‌های نوشته شده روی درهای اتاق‌های ۱ و ۲ درست می‌شوند. اگر شیر در اتاق دوم باشد، جمله‌های نوشته شده روی هیچ‌یک از درها درست نخواهند بود. اما در حالتی که شیر در اتاق سوم باشد، جمله نوشته شده روی در اتاق دوم درست و دو جمله دیگر اشتباه است، پس شیر در اتاق سوم است.

۱۵. (۱) شکل را مانند زیر نام‌گذاری می‌کنیم:



داریم:

$$\hat{E}_1 = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{A}_1) = 180^\circ - (90^\circ + 10^\circ) = 80^\circ$$

$$\hat{E}_3 = 180^\circ - (\hat{E}_1 + \hat{E}_2) = 180^\circ - (80^\circ + 14^\circ) = 86^\circ$$

$$\hat{G}_3 = 180^\circ - (\hat{C} + \hat{D}_2) = 180^\circ - (90^\circ + 26^\circ) = 64^\circ$$

$$\hat{G}_1 = 180^\circ - (\hat{G}_2 + \hat{G}_3) = 180^\circ - (64^\circ + 33^\circ) = 83^\circ$$

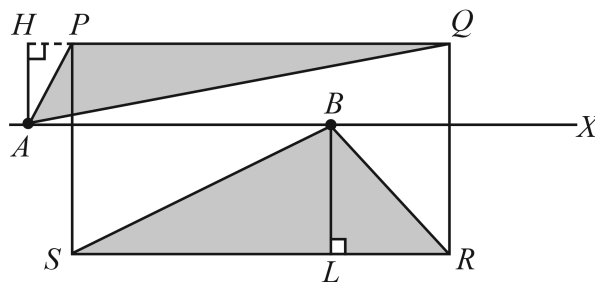
$$\theta = \hat{F}_2 = 180^\circ - (\hat{G}_1 + \hat{E}_3) = 180^\circ - (83^\circ + 86^\circ) = 11^\circ$$

۱۶. (۴) عددی زوج و غیر اول است، پس خودش به‌تنهایی نمی‌تواند نوشته شود و باید در یک عدد دورقمی به‌کار برود. از طرفی نمی‌تواند رقم یکان باشد (چون زوج است و هیچ عدد زوج دورقمی اولی وجود ندارد). پس علی باید ۴ را در یک عدد اول دورقمی و در جایگاه دهگان استفاده کند. سه عدد دورقمی اول با دهگان ۴ داریم: ۴۱، ۴۳ و ۴۷. بین رقم‌های مسئله، ۷ وجود ندارد. پس علی یا باید ۴۱ را بنویسد یا ۴۳ را. اگر ۴۳ را بنویسد، نمی‌تواند ۱ را به‌تنهایی بنویسد، چون ۱ اول نیست. با رقم‌هایی که در صورت مسئله آمده، تنها عددهای دورقمی اول با رقم یک، ۴۱، ۱۳، ۱۱ و ۳۱ هستند. نمی‌توان هیچ‌یک از این عددها را نوشت، چون رقم‌های ۳ و ۴ قبلاً برای نوشتن ۴۳ استفاده شده‌اند. پس اگر علی عدد ۴۳ را بنویسد، نمی‌تواند رقم ۱ را در هیچ عددی استفاده کند. ولی اگر ۴۱ را بنویسد، می‌تواند از بقیه رقم‌ها به این شکل استفاده کند: ۴۱، ۲، ۳، ۵ یا ۴۱، ۲۳، ۵ یا ۴۱، ۵۳، ۲.

۱۷. (۴) در بدترین حالت، یک روز در میان آفتابی خواهد بود. یعنی اگر ۳۱ روز در این هتل ساکن باشیم، ممکن است روز اول هوا آفتابی باشد و پس از آن یک روز در میان ابری و آفتابی باشد و روز سی‌ویکم هم هوا آفتابی باشد. پس با ۳۱ روز اقامت در هتل هم ممکن است هیچ دو روز پشت سرهمی هوا آفتابی نباشد. اما اگر ۳۲ روز در این هتل بمانیم، حتماً دو روز پشت سرهم آفتابی خواهد بود. چون یا در ۳۱ روز اول دو روز پشت سر هم هوا آفتابی می‌شود یا اگر نه، تمام ۱۵ روز ابری در ۳۱ روز اول تمام شده و روز سی‌ودوم حتماً هوا آفتابی خواهد بود.

۱۸. (۲) مجموع مساحت ناحیه‌های خاکستری، نصف مساحت مستطیل است. ارتفاع‌های  $AH$  و  $BL$  از مثلث‌های  $APQ$  و  $BSR$  را رسم

می‌کنیم:



مجموع مساحت‌های دو مثلث برابر است با

$$\frac{1}{2} \overline{AH} \times \overline{PQ} + \frac{1}{2} \overline{BL} \times \overline{SR}$$

اگر طول مستطیل را با  $a$  و عرض مستطیل را با  $b$  نشان دهیم، داریم

$$\text{مجموع مساحت ناحیه‌های خاکستری} = \frac{1}{2} \overline{AH} \times a + \frac{1}{2} \overline{BL} \times a = \frac{1}{2} \times a \times (\overline{BL} + \overline{AH})$$

از طرفی حاصل جمع  $\overline{BL}$  و  $\overline{AH}$  برابر عرض مستطیل است، پس

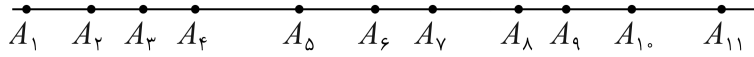
$$\text{نصف مساحت مستطیل} = \frac{1}{2} a \times b = \text{مجموع مساحت ناحیه‌های خاکستری}$$

یعنی مساحت مستطیل  $2^\circ$  سانتی‌متر مربع است.

۱۹. (۱) اگر حاصل جمع تمام ستون‌ها را با حاصل جمع تمام سطرها جمع کنیم، مثل این است که مجموع عددهای ۱ تا ۹ را دو برابر کرده‌ایم (هر عدد را یک بار در مجموع سطرها حساب کرده‌ایم و یک بار در مجموع ستون‌ها). پس مجموع هر ۶ حاصل جمع برابر است با

$$90 = 2 \times (1 + 2 + \dots + 9) = 73 = 17 + 16 + 15 + 13 + 12. \text{ پس عدد ششم برابر است با } 17 = 73 - 90.$$

۲۰. (۲) نقطه‌ها را مانند شکل زیر نام‌گذاری می‌کنیم:



داریم

$$\overline{A_1A_2} + \overline{A_1A_3} + \overline{A_1A_4} + \dots + \overline{A_1A_{11}} = 1397$$

طول پاره‌خط‌ها را می‌توانیم به شکل زیر بنویسیم

$$\overline{A_1A_2} = \overline{A_1A_2} + \overline{A_2A_3}, \overline{A_1A_4} = \overline{A_1A_2} + \overline{A_2A_4}, \overline{A_1A_5} = \overline{A_1A_2} + \overline{A_2A_5}, \dots, \overline{A_1A_{11}} = \overline{A_1A_2} + \overline{A_2A_{11}}$$

پس داریم

$$\overline{A_1A_2} + (\overline{A_1A_2} + \overline{A_2A_3}) + (\overline{A_1A_2} + \overline{A_2A_4}) + (\overline{A_1A_2} + \overline{A_2A_5}) + \dots + (\overline{A_1A_2} + \overline{A_2A_{11}}) = 1397$$

یعنی

$$9 \times \overline{A_1A_2} + \overline{A_2A_3} + \overline{A_2A_4} + \overline{A_2A_5} + \dots + \overline{A_2A_{11}} = 1397$$

از طرفی می‌دانیم

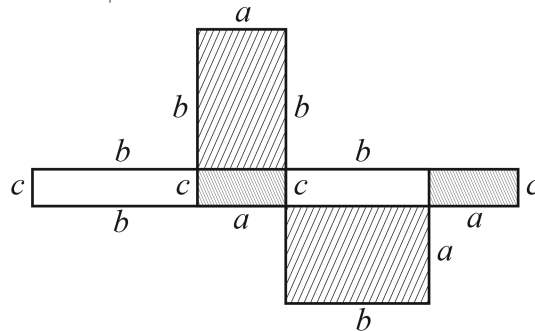
$$\overline{A_2A_3} + \overline{A_2A_4} + \overline{A_2A_5} + \dots + \overline{A_2A_{11}} = 1379$$

$$\overline{A_1A_2} = 2 \text{ یعنی } 9 \times \overline{A_1A_2} = 1397 - 1379 = 18$$

پاسخ مسئله‌های پنج امتیازی

۲۱. (۵) اگر ۱۷ نفر دیگر به محسن رأی بدهند، حتی اگر ۲۳ نفری که تا حالا رأی نداده‌اند، همگی به کمال رأی بدهند، باز هم او برنده است. (در این حالت محسن ۵۴ رأی و کمال ۵۲ رأی خواهد داشت). ولی اگر ۱۶ نفر به محسن رأی بدهند، ممکن است رأی نیاورد. اگر شخص دیگری به صادق رأی ندهد و ۱۶ نفر به محسن و ۲۴ نفر باقی‌مانده به کمال رأی بدهند، تعداد رأی‌های محسن و کمال هردو برابر ۵۳ می‌شود و هیچ‌کدام رأی کافی نمی‌آورند.

۲۲. (۳) در شکل زیر، وجه‌هایی که جهت هاشور خوردن آن‌ها یکی است، روبه‌روی هم قرار می‌گیرند و با هم برابرند.



پس اگر طول، عرض و ارتفاع مکعب مستطیل را با  $a$ ،  $b$  و  $c$  نمایش دهیم، داریم

$$b + c = 10, a + c = 7, 2a + 2b = 26 \Rightarrow 2(a + b) = 26$$

پس  $a + b = ۱۳$  بنابراین داریم

$$(b + c) + (a + c) + (a + b) = ۱۰ + ۷ + ۱۳ = ۳۰$$

یعنی

$$۲b + ۲c + ۲a = ۳۰ \Rightarrow ۲(a + b + c) = ۳۰ \Rightarrow a + b + c = ۱۵$$

از مقایسه دو رابطه  $a + b + c = ۱۵$  و  $a + b = ۱۳$  می‌توانیم نتیجه بگیریم  $c = ۲$ . پس  $b + c = b + ۲ = ۱۰$  بنابراین  $b = ۸$  و  $a + c = a + ۲ = ۷$  یعنی  $a = ۵$ . در نتیجه حجم مکعب مستطیل برابر است با  $۲ \times ۵ \times ۸ = ۸۰$ .

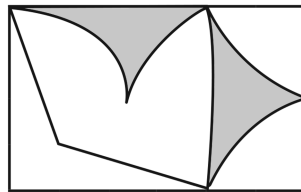
۲۳. (۲) اگر عددی را که در خانه سمت چپ ۳ نوشته شده با  $a$  نمایش دهیم، می‌توانیم عددهای خانه‌های بعدی را بر حسب  $a$  به دست بیاوریم. خانه سمت چپ  $a$  باید برابر  $a - ۳$  باشد (چون باید وقتی با ۳ جمع می‌شود، برابر  $a$  بشود). خانه سمت چپ  $a - ۳$  باید برابر  $-۳$  باشد (چون باید وقتی با  $a$  جمع می‌شود، برابر  $a - ۳$  بشود). خانه سمت چپ  $-۳$  باید برابر  $۷$  باشد (چون  $(-۳) + ۱۰ = ۷$ ).

۱۰	۷	-۳	$a-۳$	$a$	۳
۳					
-۷					
-۱۰					
-۳	$x$				

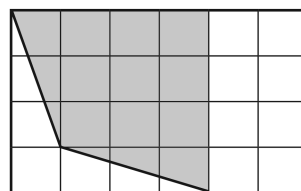
خانه پایینی  $۱۰$  باید برابر  $۳$  باشد (چون  $۱۰ + ۳ = ۱۰$ ). خانه پایینی  $۳$  باید برابر  $-۷$  باشد (چون  $۳ + (-۷) = -۴$ ). خانه پایینی  $-۷$  باید برابر  $۱۰$  باشد (چون  $-۷ + ۱۰ = ۳$ ). خانه پایینی  $-۱۰$  باید برابر  $-۳$  باشد (چون  $-۱۰ + ۳ = -۷$ ). خانه پایینی  $-۳$  باید برابر  $۷$  باشد (چون  $-۳ + ۷ = ۴$ ). و خانه  $x$  باید برابر  $۷$  باشد (چون  $-۳ + ۷ = ۴$ ).

۲۴. (۲) سرعت دویدن سهیل، سه برابر سرعت شنا کردن صالح است. پس هنگامی که صالح طول استخر را یک بار شنا می‌کند، سهیل  $۱۵۰$  متر دویده است. پس سهیل در کل  $۹۰۰ = ۶ \times ۱۵۰$  متر دویده است. از این  $۹۰۰$  متر، در هر دور  $۱۰۰$  متر را در طول‌ها و بقیه را در عرض‌های استخر (مستطیل) دویده است. سهیل پنج دور، دور استخر دویده است، پس  $۵۰۰$  متر در طول استخر و  $۴۰۰$  متر باقی‌مانده را در عرض استخر دویده است. این  $۴۰۰$  متر، مجموع ده‌باری است که عرض استخر را دویده؛ یعنی عرض استخر برابر است با  $۴۰ = \frac{۴۰۰}{۱۰}$  متر.

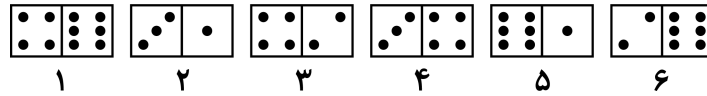
۲۵. (۴) در شکل زیر، مساحت دو ناحیه خاکستری با هم برابر است. پس مساحت پرنده روی پرچم با مساحت ناحیه خاکستری شکل زیر برابر است.



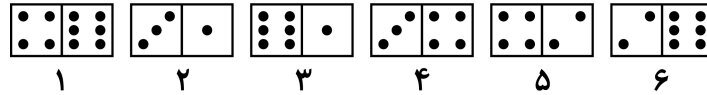
مساحت این ناحیه برابر است با  $۱۲ = ۳ \times ۳ + \frac{۳ \times ۱}{۲} + \frac{۳ \times ۱}{۲}$  برابر مساحت هر خانه شطرنجی. پس مساحت هر خانه شطرنجی برابر است با  $۱۶ = \frac{۱۹۲}{۱۲}$  سانتی‌متر مربع. پس طول هر ضلع هر خانه شطرنجی  $۴$  سانتی‌متر و ابعاد پرچم  $۱۶ \times ۲۴$  است.



۲۶. (۳) در بین خانه‌های دومینوی شکل زیر، ۳ خانه با ۶ خال داریم و ۳ خانه با ۴ خال، و از هر یک از خانه‌های دیگر، دوتا داریم. پس ردیف دومینوها باید از یک طرف با خانه‌ای با ۶ خال و از طرف دیگر با خانه‌ای با ۴ خال تمام شود و بقیه خانه‌ها در وسط باشند. پس می‌توانیم دومینوهای اول و آخر ردیف را جابه‌جا نکنیم. دومینوها را از چپ به راست با شماره‌های ۱ تا ۶ نام‌گذاری می‌کنیم:



کافی است دومینوهای ۳ و ۵ را با هم جابه‌جا و دوباره دومینوها را شماره‌گذاری کنیم:

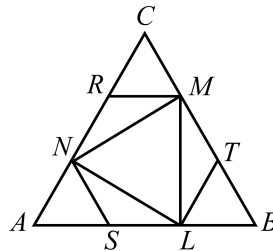


حالا دومینوهای ۲ و ۳ را با هم جابه‌جا می‌کنیم و سپس دومینوی ۲ را در جای خود می‌چرخانیم. به این صورت با ۳ حرکت، دومینوها مرتب می‌شوند.

۲۷. (۲) مساحت مثلث  $LMN$  را در ۳ گام به دست می‌آوریم:

گام ۱: سه مثلث  $ANL$ ،  $CNM$  و  $MLB$  با هم هم‌نهشت‌اند و مثلث  $LMN$  متساوی‌الاضلاع است.

گام ۲: اگر روی ضلع‌های مثلث  $ABC$ ، نقطه‌های  $R$ ،  $S$  و  $T$  را طوری انتخاب کنیم که  $CM = CR$ ،  $BT = BL$  و  $AS = AN$ ، نقطه‌های  $T$ ،  $S$  و  $R$  وسط پاره‌خط‌های  $MB$ ،  $AL$  و  $CN$  خواهند بود.

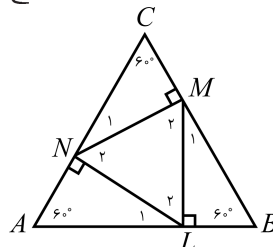


گام ۳: مساحت هر یک از مثلث‌های  $ASN$ ،  $LBT$  و  $CRM$ ،  $\frac{1}{4}$  مساحت مثلث  $ABC$  است. همچنین مساحت هر یک از مثلث‌های  $NSL$  و  $MTL$ ،  $RNM$  هم برابر مساحت مثلث‌های قبلی و  $\frac{1}{4}$  مساحت مثلث  $ABC$  است؛ یعنی ۴ سانتی‌متر مربع. پس مساحت مثلث  $MNL$  برابر است با

$$۳۶ - ۶ \times ۴ = ۱۲$$

گام‌های ۱ تا ۳ به دلایل زیر درست‌اند:

گام ۱: مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث برابر  $۱۸۰^\circ$  است. پس  $۹۰^\circ + \hat{B} + \hat{M}_1 = ۱۸۰^\circ$ ؛ یعنی  $۹۰^\circ + \hat{M}_1 = ۹۰^\circ$ ، بنابراین  $\hat{M}_1 = ۳۰^\circ$ . به همین صورت می‌توانیم ثابت کنیم  $\hat{N}_1 = ۳۰^\circ$  و  $\hat{L}_1 = ۳۰^\circ$ . پس  $\hat{M}_2 = \hat{N}_2 = \hat{L}_2 = ۹۰^\circ - ۳۰^\circ = ۶۰^\circ$ . بنابراین مثلث  $NML$  سه زاویه  $۶۰^\circ$  دارد که نتیجه می‌دهد این مثلث متساوی‌الاضلاع است.

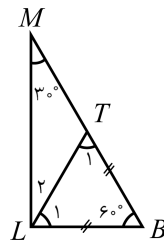


داریم

$$\left. \begin{array}{l} ML = LN \\ \hat{L} = \hat{N} = 90^\circ \\ M\hat{\ } = \hat{L}\hat{\ } = 30^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle MBL \sim \triangle NLA$$

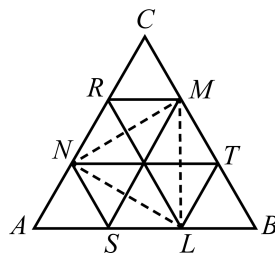
به‌طور مشابه، هم‌نهشتی این دو مثلث با مثلث  $CNM$  هم ثابت می‌شود.

گام ۲: می‌دانیم  $BT = BL$ ، پس مثلث  $LTB$  متساوی‌الساقین است، بنابراین  $\hat{L}\hat{\ } = \hat{T}\hat{\ } = 6^\circ$  از طرفی  $\hat{L}\hat{\ } + \hat{T}\hat{\ } = 2^\circ$ ، پس  $\hat{L}\hat{\ } = \hat{T}\hat{\ } = 6^\circ$ .



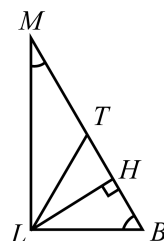
بنابراین مثلث  $LTB$  متساوی‌الاضلاع است.  $\hat{L}\hat{\ } = 90^\circ - \hat{L}\hat{\ } = 30^\circ$ ، پس مثلث  $MTL$  هم متساوی‌الساقین است و  $MT = TL$  پس  $MT = TL$  و  $TL = TB$  بنابراین  $MT = TB$  و  $T$  وسط پاره‌خط  $MB$  است. به‌طور مشابه ثابت می‌شود که  $R$  وسط  $CN$  و  $S$  وسط  $AL$  است.

گام ۳: در گام‌های قبیل ثابت شد پاره‌خط‌های  $CM, MT, TB, BL, LS, SA, AN, NR, RC$  با هم برابرند. پس می‌توانیم مثلث  $ABC$  را مانند شکل زیر تقسیم کنیم که هر ۹ مثلث متساوی‌الاضلاع با هم برابرند. پس مساحت هر یک،  $\frac{1}{9}$  مساحت مثلث  $ABC$  است.



اگر در مثلث  $LMB$ ، ارتفاع  $LH$  را رسم کنیم، مساحت مثلث  $MLT$  برابر است با

$$\text{مساحت مثلث } MLT = \frac{1}{2} \times \overline{LH} \times \overline{MT} = \frac{1}{2} LH \times TB = \text{مساحت مثلث } TLB$$



پس مساحت مثلث  $MLT$  هم  $\frac{1}{9}$  مساحت مثلث  $ABC$  است.



۲۸. (۵) اگر بهار  $a$  تومان خرید کرده باشد، خرید آن‌هایتا  $\frac{۱۶۰}{۱۰۰}a$  و خرید پروین  $\frac{۱۵}{۱۰۰}a$  بوده است. پس

$$a + \frac{۱۶۰}{۱۰۰}a + \frac{۱۵}{۱۰۰}a = ۵۵۰۰۰$$

بنابراین

$$\begin{aligned} \frac{۲۷۵}{۱۰۰}a = ۵۵۰۰۰ &\Rightarrow a = ۵۵۰۰۰ \times \frac{۱۰۰}{۲۷۵} = ۲۰۰۰۰ \\ \text{خرید آن‌هایتا} = \frac{۱۶۰}{۱۰۰}a &= \frac{۱۶۰}{۱۰۰} \times ۲۰۰۰۰ = ۳۲۰۰۰ \end{aligned}$$

۲۹. (۳) اگر او تا قبل از ساعت  $۱۰$ ،  $n$  بار پریده باشد، داریم

$$\frac{\text{مجموع پرش‌ها قبل از ساعت } ۱۰}{n} = ۳,۸, \quad \frac{\text{مجموع پرش‌ها از ساعت } ۱۰ + ۳,۹۹}{n+۱} = ۳,۸۱$$

پس مجموع پرش‌های او قبل از ساعت  $۱۰$  برابر است با  $n \times ۳,۸$ . یعنی

$$\frac{۳,۹۹ + ۳,۸ \times n}{n+۱} = ۳,۸۱$$

بنابراین

$$۳,۹۹ + ۳,۸n = ۳,۸۱(n+۱) = ۳,۸۱n + ۳,۸۱$$

پس

$$۳,۸۱n - ۳,۸n = ۳,۹۹ - ۳,۸۱ = ۰,۱۸$$

یعنی  $۰,۱۸n = ۰,۱۸$ . در نتیجه  $n = ۱۸$ . پس داریم

$$\text{مجموع پرش‌ها قبل از ساعت } ۱۰ = ۳,۸ \times ۱۸ = ۶۸,۴$$

بنابراین مجموع پرش‌ها بعد از ساعت  $۱۰$  برابر است با  $۶۸,۴ + ۳,۹۹ = ۷۲,۳۹$ .

بعد از پرش آخر داریم

$$\frac{\text{مجموع پرش‌ها}}{۲۰} = ۳,۸۲$$

پس بعد از پرش آخر، مجموع پرش‌ها برابر خواهد بود با

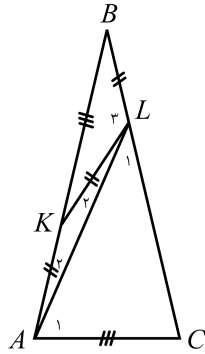
$$۳,۸۲ \times ۲۰ = ۷۶,۴$$

یعنی پرش آخر باید برابر باشد با

$$۷۶,۴ - ۷۲,۳۹ = ۴,۰۱$$

۳۰. (۳) با توجه به شکل زیر داریم:

$$\overline{BL} + \overline{LC} = \overline{BK} + \overline{KA}, \quad \overline{BL} = \overline{KA}$$



پس  $\overline{BK} = \overline{LC}$  و از قبل می‌دانستیم  $\overline{BK} = \overline{AC}$  پس  $\overline{AC} = \overline{LC}$  یعنی مثلث  $ALC$  متساوی‌الساقین است و  $\hat{A}_1 = \hat{L}_1$  اگر  $\hat{B} = x$  داریم

$$\widehat{BKL} = \hat{B} = x \text{ (مثلث } BKL \text{ متساوی‌الساقین است)}, \quad \hat{L}_3 = 180^\circ - 2x$$

پس  $\widehat{LKA} = 180^\circ - \widehat{BKL} = 180^\circ - x$  و  $\hat{A}_2 = \hat{L}_2$  (مثلث  $AKL$  متساوی‌الساقین است). بنابراین

$$2\hat{A}_2 = \hat{A}_2 + \hat{L}_2 = 180^\circ - \widehat{AKL} = 180^\circ - (180^\circ - x) = x$$

$$\text{پس } \hat{A}_2 = \hat{L}_2 = \frac{x}{2}$$

از طرفی

$$\hat{L}_1 = 180^\circ - \hat{L}_2 - \hat{L}_3 = 180^\circ - (180^\circ - 2x) - \frac{x}{2} = \frac{3}{2}x$$

و  $\hat{A}_1 = \hat{L}_1$ ؛ یعنی  $\hat{A}_1 = \frac{3}{2}x$  بنابراین

$$\widehat{BAC} = \frac{180^\circ - x}{2} = \hat{A}_2 + \hat{A}_1 = \frac{x}{2} + \frac{3}{2}x = 2x$$

پس  $180^\circ - x = 4x$ ، بنابراین  $180^\circ = 5x$  در نتیجه  $x = 36^\circ$ .