



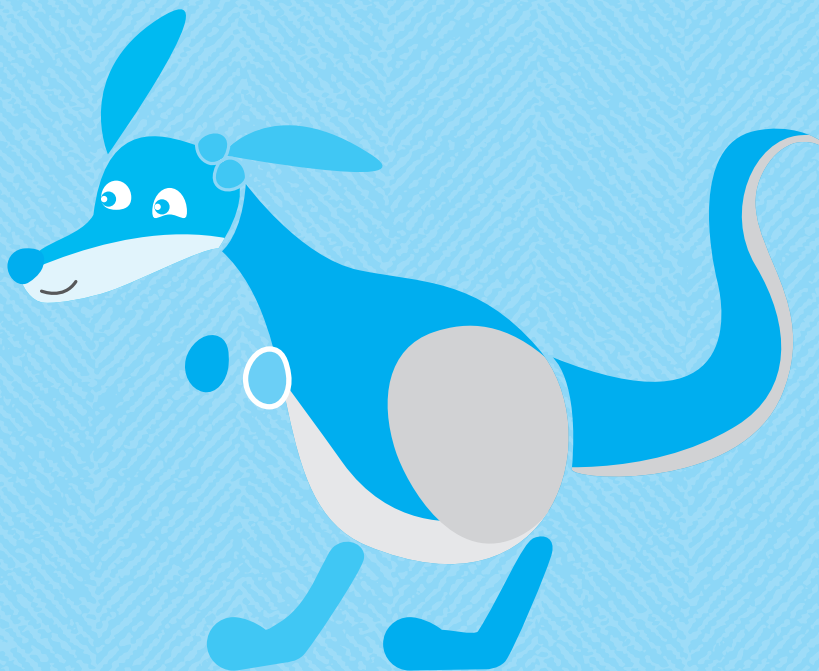
یازدهمین دوره جشنواره بین‌المللی

ریاضیات کانگورو

11th

International Math Kangaroo 2019

• این دفترچه، ۳۰ سؤال ۵ گزینه‌ای دارد. سؤال‌های ۱ تا ۱۰، سه امتیازی، سؤال‌های ۱۱ تا ۲۰، چهار امتیازی و سؤال‌های ۲۱ تا ۳۰، پنج امتیازی هستند و نمره منفی ندارند.

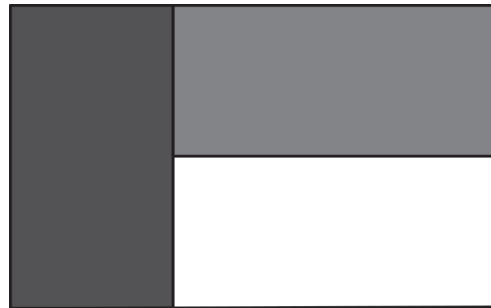


دفترچه سؤالات ۱۱ و ۱۲

برای دانش‌آموزان پایه‌های یازدهم و دوازدهم

مدت زمان پاسخگویی به سؤالات ۹۰ دقیقه است.

۱ پرچم کانگورستان یک مستطیل است که به سه مستطیل هم‌نهشت تقسیم شده است. نسبت عرض مستطیل سفید به طول آن چقدر است؟

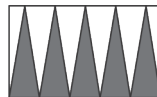


- $\frac{4}{9}$ (۵) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

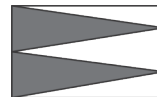
۲ هر یک از عددهای ۱، ۲، ۳ و ۴ را در یکی از خانه‌های یک جدول 2×2 نوشته‌ایم و حاصل جمع عددهای سطرها و ستون‌ها را حساب کرده‌ایم. دوتا از این حاصل جمع‌ها ۴ و ۵ هستند. دوتای دیگر چه عددهایی هستند؟

- (۱) ۶ و ۶ (۲) ۳ و ۵ (۳) ۴ و ۵ (۴) ۴ و ۶ (۵) ۵ و ۶

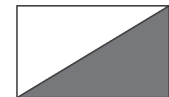
۳ در شکل‌های زیر، یک مستطیل را به پنج روش سایه زده‌ایم. در کدام شکل مساحت بخش سایه‌خورده بیشتر است؟



(۳)



(۲)



(۱)

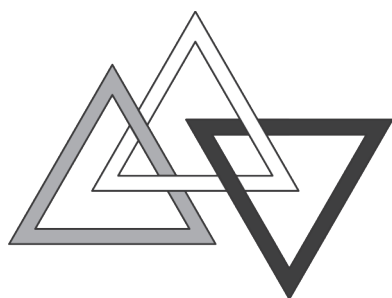


(۵)

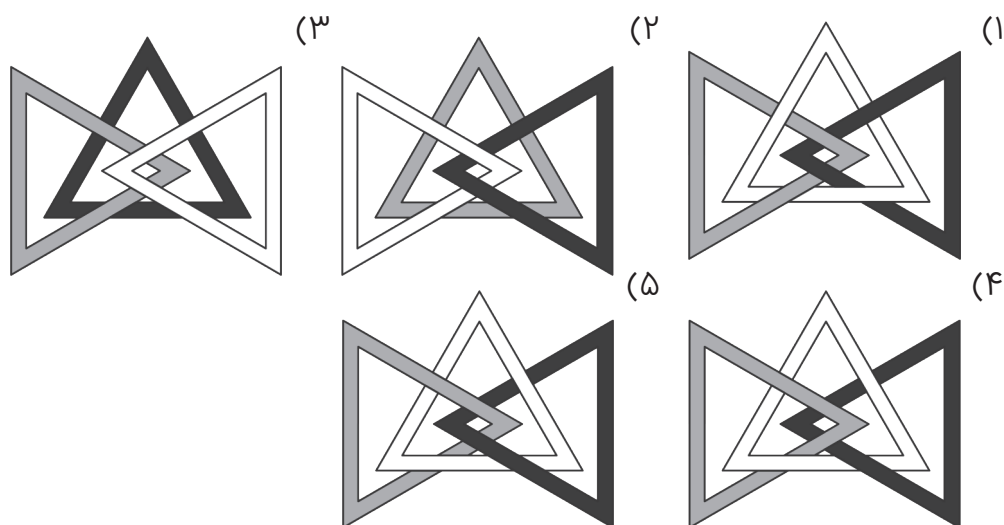


(۴)





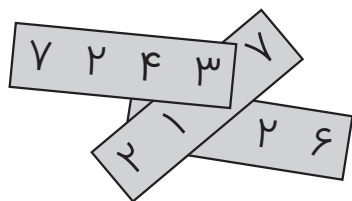
۴ سه مثلث مطابق شکل روبه‌رو در هم زنجیر شده‌اند. در کدام شکل همین زنجیر دیده می‌شود؟



۵ هرمی که ۲۳ وجه مثلث‌شکل دارد، چند یال دارد؟

۲۳ (۱) ۲۴ (۲) ۴۶ (۳) ۴۸ (۴) ۶۹ (۵)

۶ در شکل، سه عدد چهاررقمی روی سه تکه کاغذ نوشته‌ایم و کاغذها را روی هم گذاشته‌ایم. حاصل جمع سه عدد برابر است با ۱۱۱۲۶. سه رقم پوشانده شده چه هستند؟



(۱) ۷ و ۴، ۱
(۲) ۷ و ۵، ۱
(۳) ۳ و ۳، ۳
(۴) ۴ و ۵، ۴
(۵) ۷ و ۴، ۵



ریاضیات کانگورو

۴

۷ رقم سمت چپ کوچک‌ترین عدد طبیعی که حاصل جمع رقم‌هایش ۲۰۱۹ است، چند است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶ (۵)

۸ هر کدام از وجه‌های تاس را طوری با یکی از عددهای ۱، ۲ و ۳ مشخص کرده‌ایم که احتمال آمدن ۱ برابر $\frac{1}{4}$ است، احتمال آمدن ۲ برابر $\frac{1}{3}$ و احتمال آمدن ۳ برابر $\frac{1}{6}$. کدام شکل نمی‌تواند نمایی از این تاس باشد؟



۹ محمد عمل « $\diamond$ » را روی عددهای حقیقی با $x \diamond y = y - x$ تعریف کرده است. اگر a ، b و c عددهایی باشند که $(a \diamond b) \diamond c = a \diamond (b \diamond c)$ کدام گزاره لزوماً درست است؟

- $a = b$ (۱) $b = c$ (۲) $a = c$ (۳) $a = 0$ (۴) $c = 0$ (۵)

۱۰ چند تا از عددهای بین 2^{10} و 2^{13} (با خود این اعداد) بر 2^{10} بخش‌پذیرند؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۶ (۵)

۴ امتیازی

۱۱ بزرگ‌ترین توان ۳ که عدد $9! + 8! + 7!$ بر آن بخش‌پذیر است، کدام است؟

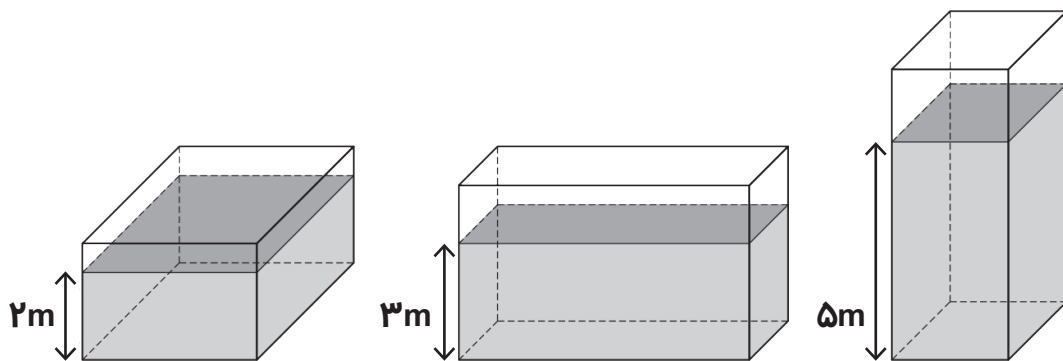
- ۳۲ (۱) ۳۴ (۲) ۳۵ (۳) ۳۶ (۴) ۵ (توان ۳ ای که بیشتر از 3^6 باشد)



۱۲) امسال تعداد دانش‌آموزان عینکی در کلاس من ۲۰٪ اضافه شده و تعداد دانش‌آموزان بی‌عینک ۲۰٪ کم شده است. امسال یک دانش‌آموز بیشتر داریم. امسال تعداد دانش‌آموزان کلاس چه عددی می‌تواند باشد؟

۲۲ (۱) ۲۶ (۲) ۲۹ (۳) ۳۱ (۴) ۳۴ (۵)

۱۳) بخشی از یک ظرف به شکل مکعب مستطیل با ۱۲۰ m^3 آب، پر شده است. عمق آب ۲m یا ۳m یا ۵m است، بسته به اینکه کدام سطح ظرف روی زمین باشد. حجم ظرف چقدر است؟



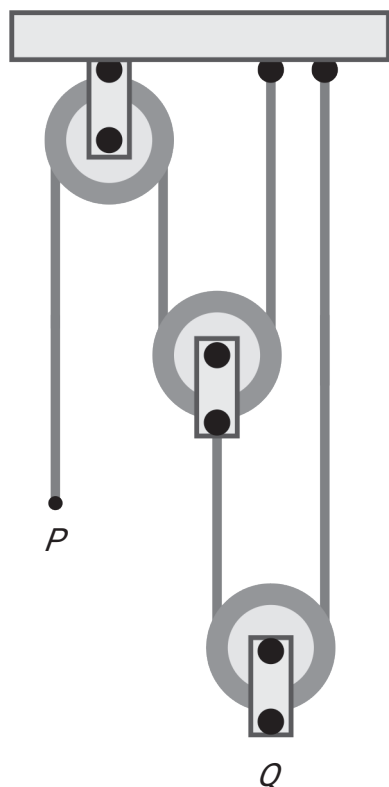
۱۶۰ m^3 (۱) ۱۸۰ m^3 (۲) ۲۰۰ m^3 (۳)
۲۲۰ m^3 (۴) ۲۴۰ m^3 (۵)

۱۴) اردشیر، بهرام و پرهام هر روز با هم به پیاده‌روی می‌روند. اگر اردشیر کلاه نداشته باشد، بهرام کلاه دارد. اگر بهرام کلاه نداشته باشد، پرهام کلاه دارد. امروز پرهام کلاه ندارد. چه کسی حتماً کلاه دارد؟

(۱) فقط اردشیر و بهرام (۲) فقط اردشیر
(۳) اردشیر، بهرام و پرهام (۴) نه اردشیر و نه بهرام
(۵) فقط بهرام



۱۵ دستگاهی که در شکل می‌بینید، از سه قرقره و ریسمان‌های عمودی بین آن‌ها تشکیل شده است. اگر نقطه P را ۲۴ سانتی‌متر پایین بکشیم، نقطه Q چند سانتی‌متر بالا می‌رود؟



- (۱) ۲۴
(۲) ۱۲
(۳) ۸
(۴) ۶
(۵) $\frac{۲۴}{۵}$

۱۶ می‌گوییم عدد طبیعی n «خوب» است اگر بزرگ‌ترین شمارنده‌اش (بجز خود n) برابر $n-۶$ باشد. چند عدد «خوب» وجود دارد؟

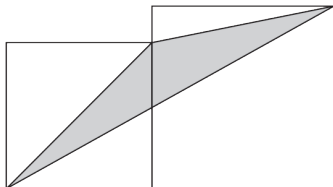
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶ (۵) بینهایت

۱۷ چهار شکلات و یک آدامس میوه‌ای در جعبه‌ای خالی گذاشته‌ایم. احمد و محمود به نوبت یک شیء از جعبه بیرون می‌آورند و آن را به جعبه برنمی‌گردانند. برنده کسی است که آدامس را بردارد. اگر احمد شروع‌کننده باشد، احتمال برنده شدن محمود چقدر است؟

- (۱) $\frac{۲}{۵}$ (۲) $\frac{۳}{۵}$ (۳) $\frac{۱}{۲}$ (۴) $\frac{۵}{۶}$ (۵) $\frac{۱}{۳}$



- ۱۸ در شکل، دو مربع کنار هم به ضلع‌های a و b ($a < b$) را نشان داده‌ایم. مساحت مثلث سایه‌خورده چقدر است؟



$\frac{1}{4}(a^2+b^2)$ (۵) $\frac{1}{4}(a^2+b^2)$ (۴) $\frac{1}{4}b^2$ (۳) $\frac{1}{4}a^2$ (۲) $\sqrt{ab}$ (۱)

- ۱۹ جزء صحیح $\sqrt{\sqrt{20} + \sqrt{20} + \sqrt{20} + \sqrt{20} + \sqrt{20}}$ چقدر است؟

25 (۵) 20 (۴) 6 (۳) 5 (۲) 4 (۱)

- ۲۰ سارا برای محاسبه $\frac{a+b}{c}$ روی ماشین حساب، $a + b \div c =$ را زد و عدد ۱۱ را به دست آورد (a, b و c عددهای طبیعی هستند). بعد $b + a \div c =$ را زد و از اینکه عدد ۱۴ به دست آمد، متعجب شد. او متوجه شد که ماشین حساب طوری طراحی شده که تقسیم را قبل از جمع انجام بدهد. مقدار درست $\frac{a+b}{c}$ کدام است؟

1 (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 5 (۵)



- ۲۱ فرض کنید a حاصل جمع همهٔ شمارنده‌های مثبت ۱۰۲۴ است و b حاصل ضرب همهٔ شمارنده‌های مثبت ۱۰۲۴. در این صورت

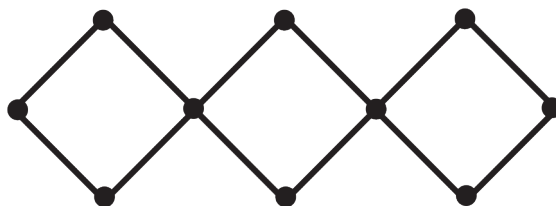
$a^5 = b$ (۳) $(a+1)^5 = b$ (۲) $(a-1)^5 = b$ (۱)
 $a^5 + 1 = b$ (۵) $a^5 - 1 = b$ (۴)



۲۲ مجموعه همه مقادیرهای پارامتر a که به ازای آنها معادله $|x| = 2 - ax$ دو جواب دارد، کدام است؟

- (۱) $[-1, -\infty)$ (۲) $(-1, 1)$ (۳) $(1, +\infty)$ (۴) $\{0\}$ (۵) $\{-1, 1\}$

۲۳ رأس‌های شبکه زیر را با عددهای ۱ تا ۱۰ شماره‌گذاری کرده‌ایم. حاصل جمع چهار عدد روی رأس‌های هر مربع، عددی ثابت است. کمترین مقدار ممکن این عدد ثابت چقدر است؟



- (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱ (۵) ۲۲

۲۴ چند صفحه از حداقل سه رأس یک مکعب داده شده می‌گذرند؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶ (۵) ۲۰

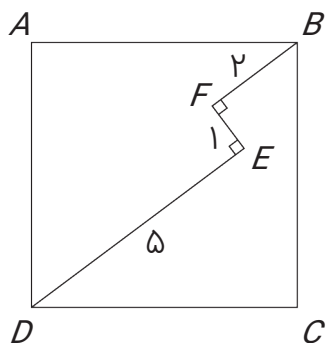
۲۵ چهار خط راست متمایز، از مبدأ دستگاه مختصات می‌گذرند. این خط‌ها سهمی $y = x^2 - 2$ را در هشت نقطه قطع می‌کنند. حاصل ضرب طول‌های این هشت نقطه چه عددی می‌تواند باشد؟

- (۱) فقط ۱۶ (۲) فقط -۱۶ (۳) فقط ۸ (۴) فقط -۸ (۵) مقدارهای مختلفی وجود دارد.

۲۶ به ازای چند عدد طبیعی مانند n ، عبارت $|n^2 - 2n - 3|$ عددی اول است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵) بینهایت





۲۷ مطابق شکل، مسیر $DEFB$ که در آن $DE \perp EF$ و $EF \perp FB$ داخل مربع $ABCD$ است. می‌دانیم که $DE=5$ ، $EF=1$ و $FB=2$. طول ضلع مربع چقدر است؟

- (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{11}{2}$ (۴) $5\sqrt{2}$ (۵) هیچ‌کدام

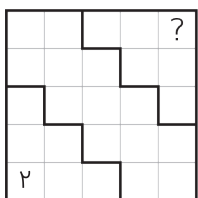
۲۸ دنباله $a_1, a_2, a_3, \dots$ با $a_1 = 49$ شروع می‌شود. به ازای $n \geq 1$ ، جمله a_{n+1} با اضافه کردن ۱ به حاصل جمع رقم‌های a_n و مربع کردن نتیجه به دست می‌آید؛ مثلاً $a_2 = (4+9+1)^2 = 196$. مقدار a_{2019} چیست؟

- (۱) ۱۲۱ (۲) ۲۵ (۳) ۶۴ (۴) ۴۰۰ (۵) ۴۹

۲۹ سه عدد متمایز را به تصادف از $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ انتخاب کرده‌ایم. احتمال اینکه یکی از آن‌ها میانگین دوتای دیگر باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۵) $\frac{1}{2}$

۳۰ مربع زیر را طوری با اعداد پر کرده‌ایم که در هر سطر و در هر ستون، همه اعداد ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ ظاهر شده باشند. همچنین، حاصل جمع عددهای هر سه قسمت مشخص شده برابر است. چه عددی در گوشه راست - بالا قرار می‌گیرد؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵) ۵



دبیرخانه جشنواره ریاضیات کانگورو در ایران

تهران، میدان فاطمی، خیابان جویبار، خیابان میرهادی شرقی، پلاک ۱۴

تلفن: ۸۸۹۴۵۵۴۵ نمابر: ۸۸۹۴۴۰۵۱

www.mathkangaroo.ir



@mathkangaroo.ir



@iranmathkangaroo