



دوازدهمین دوره جشنواره بین المللی

# ریاضیات کانگورو

12<sup>th</sup>

International Math Kangaroo 2020



پاسخنامه‌ی پایه‌های ۵ و ۶



## امتیازی

۱. (۵) به شکل‌های اطراف جای خالی و ترتیب قرار گرفتن آن‌ها توجه کنید.

۲. (۵) آمنه در جایی، بین دو شهر، علامت را می‌بیند. پس مجموع فاصله‌های آمنه تا شهرهای (آ) و (ب)، باید به اندازه‌ی ثابت (درواقع به اندازه‌ی فاصله‌ی بین این دو شهر) باشد. در گزینه‌های (۱) تا (۴)، مجموع این فاصله‌ها، ۱۱ کیلومتر است و تنها در گزینه‌ی (۵) این مجموع، ۱۳ کیلومتر است. پس اطلاعات روی آن غلط است.

۳. (۴) یا شکل را برای خودتان رسم کنید، یا تجسم کنید.

$$۲۴ \div ۶ = ۴ \quad (۲) \quad ۴$$

تعداد تخم‌مرغ‌های لازم  $۴ \times ۲ = ۸$

چون در هر بسته، ۶ تخم‌مرغ جا می‌شود، پس برای ۸ تخم‌مرغ، باید ۲ بسته بخرد.

۵. (۵) یا شکل را برای خودتان رسم کنید یا تجسم کنید.

۶. (۳) همه‌ی حالت‌ها را بررسی می‌کنیم:

(۱) زنجیری به طول ۱۰ را با دو تا زنجیر ۵ تایی می‌سازد.

(۲) زنجیری به طول ۱۲ را با یک زنجیر ۷ تایی و یک زنجیر ۵ تایی می‌سازد.

(۳) زنجیری به طول ۱۳ را با هیچ ترکیبی از زنجیر ۵ تایی و ۷ تایی نمی‌تواند بسازد، زیرا

$$۵ + ۵ = ۱۰ < ۱۳$$

$$۵ + ۷ = ۱۲ < ۱۳$$

$$۷ + ۷ = ۱۴ > ۱۳$$

$$۵ + ۵ + ۵ = ۱۵ > ۱۳$$

(۴) زنجیری به طول ۱۴ را با دو زنجیر ۷ تایی می‌سازد.

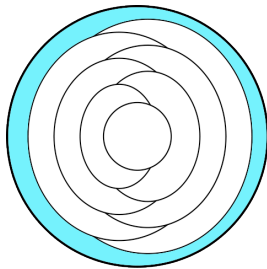
(۵) زنجیری به طول ۱۵ را با سه زنجیر ۵ تایی می‌سازد.



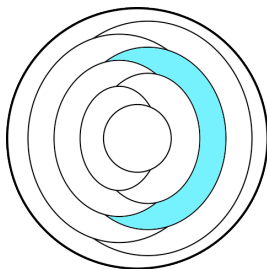
۷. (۱) با آزمایش و خطا، باید ۲۲ تکه را به دسته‌های ۵ تایی و دسته‌های تکی تقسیم کنیم طوری که تعداد دسته‌های ۵ تایی و دسته‌های تکی روی هم، همان ۱۰ برگ کاغذ اولیه بشود.

تعداد دسته‌های ۵ تایی	تعداد دسته‌های تکی	مجموع تعداد دسته‌ها
۱	$۲۲ - ۵ = ۱۷$	$۱ + ۱۷ = ۱۸$ ❌
۲	$۲۲ - (۲ \times ۵) = ۱۲$	$۲ + ۱۲ = ۱۴$ ❌
۳	$۲۲ - (۳ \times ۵) = ۷$	$۳ + ۷ = ۱۰$ ✓

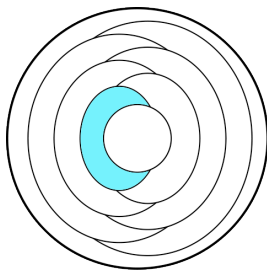
پس مریم ۳ تا از برگه‌ها را تکه کرده است.



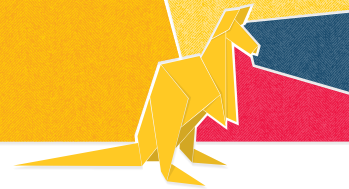
۸. (۲) وقتی ناحیه‌ی بیرونی را آبی‌رنگ کند، دو ناحیه‌ی لایه‌ی بعدی را باید به دو رنگ متفاوت، یکی قرمز و یکی زرد رنگ کند (و استدلال از این به بعد به این که کدام قرمز و کدام زرد است بستگی ندارد).



در لایه‌ی بعد آن، قسمتی که در شکل روبه‌رو مشخص شده، باید آبی باشد زیرا با هر دو ناحیه‌ی لایه‌ی قبل، همسایه است.



باز لایه‌ی بعدی با دو رنگ قرمز و زرد به صورت مناسبی رنگ می‌شود. یکی از ناحیه‌های لایه‌ی بعدی که با هر دو ناحیه‌ی لایه‌ی قبل همسایه است، به ناچار آبی می‌شود. پس کلاً ۳ ناحیه آبی‌رنگ می‌شود.



۹. (۳) در کل  $۲۰ = ۹ + ۶ + ۴ + ۱$  سیب داریم. برای این که تعداد سیب‌های هر سبد با هم برابر باشد، باید در هر سبد  $۲۰ \div ۴ = ۵$  سیب باشد. پس باید از سبدهای ۶ و ۹ تایی روی هم ۵ تا سیب برداریم ( $۶ + ۹ = ۱۵$ ) و به سبدهای ۱ و ۴ تایی روی هم ۵ سیب اضافه کنیم ( $۵ = ۴ + ۱$ ). پس کلاً ۵ سیب جابه‌جا می‌شود.

۱۰. (۵) هر سه واحد که سگ می‌رود، یک واحد گربه می‌رود. توجه کنید شکل مسیر طوری است که وقتی سگ روی پاره‌خط‌هایی که قطر مربع‌ها هستند حرکت می‌کند (یعنی مسیر از B تا E)، گربه نیز روی قطر FE حرکت می‌کند و در E به هم می‌رسند.

## ۴ امتیازی

۱۱. (۱) تنها قطری که عددهای دو سر آن معلوم است، قطری است که ۵ و ۱۰ در دو طرف آن هستند. پس می‌توانیم ابتدا، خانه‌های روبه‌روی ۹ و ۱ را پیدا کنیم:

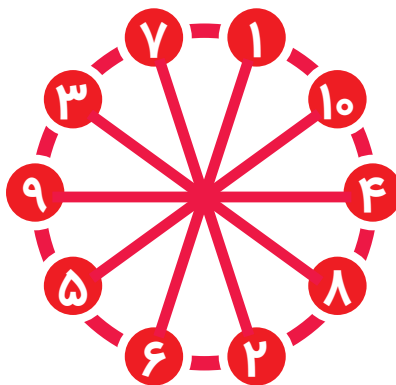
$$۹ + ۵ = ۱۴ = ۱۰ + ۴$$

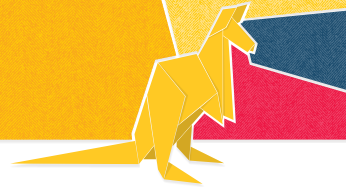
$$۱ + ۱۰ = ۱۱ = ۵ + ۶$$

حالا می‌توانیم خانه‌ی روبه‌روی ۲ را بیابیم:

$$۲ + ۶ = ۸ = ۱ + ۷$$

و اکنون از عددهای ۱ تا ۱۰، تنها ۳ و ۸ مانده‌اند که جای درست آن‌ها براساس خانه‌های کناری‌شان و مجموع عددهای همسایه‌ی هم، معلوم می‌شود.





۱۲. (۵) خفاش ساعت 02:02 صبح برگشته است (20:20 را پشت‌ورو کنید)، که از 20:20، یعنی ۸ و بیست دقیقه‌ی شب تا ۲ و ۲ دقیقه‌ی صبح روز بعد، ۵ ساعت و ۴۲ دقیقه فاصله است.

۱۳. (۱) آن جمله «من راست می‌گویم» است که پری، درست می‌گوید و جن، نادرست می‌گوید. بگذارید سایر جمله‌ها را نیز بررسی کنیم:

«تو راست می‌گویی.» اگر جن آن را بگوید، درست گفته در حالی که جن همیشه دروغ می‌گوید. همین‌طور اگر پری آن را بگوید، نادرست گفته، در حالی که پری همیشه راست می‌گوید.

«ما هر دو راست می‌گوییم.» اگر جن آن را بگوید، نادرست گفته و مشکلی نیست، ولی اگر پری آن را بگوید، نادرست گفته، در حالی که پری همیشه باید راست بگوید.

«من همیشه دروغ می‌گویم.» مانند جمله‌ی «تو راست می‌گویی» است. خودتان تحلیل کنید چرا نه جن می‌تواند آن را گفته باشد و نه پری.

«یکی و فقط یکی از ما راست می‌گوید.» اگر جن آن را بگوید، درست گفته در حالی که جن باید همیشه دروغ بگوید. البته اگر پری آن را بگوید، چون راست گفته، مشکلی نیست. ولی جن نمی‌تواند آن را بگوید.

۱۴. (۲) با تجسم فضایی، تعداد مکعب‌های سفید و آبی و قرمز هر شکل را می‌شماریم. توجه کنید که آنچه ما می‌بینیم، کمترین تعداد ممکن برای هر رنگ است، زیرا نمی‌دانیم مکعب‌هایی که نمی‌بینیم، چه رنگی هستند.

(۱) دست‌کم ۱۰ مکعب آبی دارد، پس نمی‌توان آن را ساخت.

(۲) ۹ مکعب آبی دیده می‌شود و ۱۰ مکعب سفید. باقی مکعب‌ها می‌توانند قرمز باشند، پس می‌توان آن را ساخت.

(۳) دست‌کم ۱۱ مکعب سفید دارد، پس نمی‌توان آن را ساخت.

(۴) دست‌کم ۹ مکعب قرمز دارد، پس نمی‌توان آن را ساخت.

(۵) دست‌کم ۱۰ مکعب آبی دارد، پس نمی‌توان آن را ساخت.

۱۵. (۳) بیایید قطعه‌های هر مسیر را به تفکیک بررسی کنیم و سپس آن‌ها را با هم مقایسه کنیم:

گزینه‌ی (۱): ۲ تا ربع دایره‌ی بزرگ، ۲ تا ربع دایره‌ی متوسط، ۲ تا ربع دایره‌ی کوچک، ۵ پاره‌خط

گزینه‌ی (۲): ۲ تا ربع دایره‌ی بزرگ، ۲ تا ربع دایره‌ی متوسط، ۱ ربع دایره‌ی کوچک، ۵ پاره‌خط



گزینه‌ی (۳): ۱ ربع دایره‌ی بزرگ، ۲ تا ربع دایره‌ی متوسط، ۲ تا ربع دایره‌ی کوچک، ۵ پاره‌خط  
گزینه‌ی (۴): ۲ تا ربع دایره‌ی بزرگ، ۲ تا ربع دایره‌ی متوسط، ۲ تا ربع دایره‌ی کوچک، ۵ پاره‌خط  
گزینه‌ی (۵): ۲ تا ربع دایره‌ی بزرگ، ۲ تا ربع دایره‌ی متوسط، ۱ ربع دایره‌ی کوچک، ۵ پاره‌خط

پس (۵) و (۲) هم‌اندازه‌اند، (۱) و (۴) هم، هم‌اندازه و از همه بلندتر و (۳) از همه کوتاه‌تر است. [توجه کنید که شعاع دایره‌ی بزرگ، سه‌برابر شعاع دایره‌ی کوچک است، بنابراین محیط دایره‌ی بزرگ نیز سه برابر محیط دایره‌ی کوچک است و ۲ تا ربع دایره‌ی کوچک،  $\frac{2}{3}$  طول یک ربع دایره‌ی بزرگ هستند، پس از آن کوتاه‌ترند.]

$$۱۶. (۳) \text{ مجموع سن سه بچه کانگورو: } ۱۳ + ۶ + ۴ = ۲۳$$

$$\text{اختلاف رأی سه بچه با رأی پدر: } ۳۶ - ۲۳ = ۱۳$$

هریک سال که می‌گذرد، به سن پدر یک سال افزوده می‌شود ولی به مجموع سن سه فرزند، سه سال افزوده می‌شود. پس هر سال، ۲ اختلاف رأی کم می‌شود.

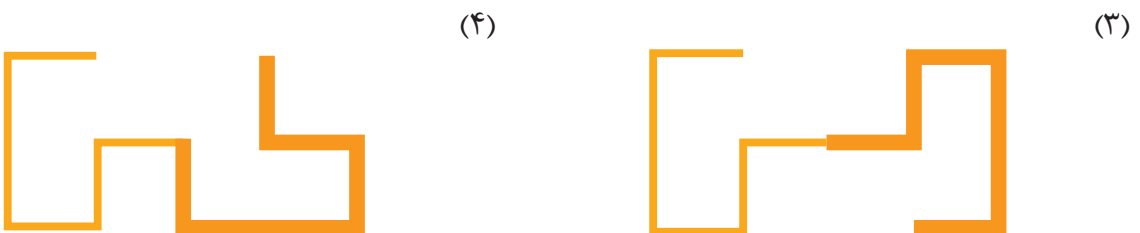
برای این که ۱۳ اختلاف رأی فعلی کامل از بین برود، دست کم ۷ سال لازم است:

$$۷ \times ۲ = ۱۴ > ۱۳, \quad ۶ \times ۲ = ۱۲ < ۱۳$$

۱۷. (۵) در شکل‌های زیر می‌بینید که هریک از گزینه‌های (۱) تا (۴) چگونه با دو تکه سیم ساخته می‌شود:



(۲)



(۴)



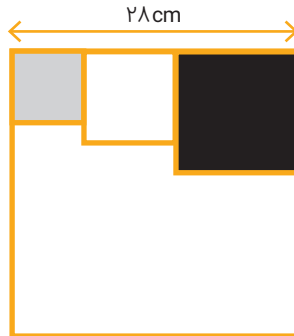
۱۸. (۴) از روی تصویر سمت راست معلوم می‌شود که در تصویر چپ، سگ در زیر مکعب قرار گرفته، پس تصویر سگ روبه‌روی موش قرار دارد.

۱۹. (۲) ارزشنگ و ارسالان و اردوان هر یک ۴ دوست دارند، پس شماره‌های ۱ و ۳ و ۴ هستند. ارزشنگ و ارسالان هر دو دوست پیشنگ هستند و پیشنگ دوست دیگری ندارد. پس شماره‌ی ۵، پیشنگ است که به عدد ۱ و ۴ متصل است. پس اردوان شماره‌ی ۳ است.

۲۰. (۱) وقتی ارتفاع مایع‌ها متفاوت است، یعنی سطح مقطع (یا نمای از بالای) ظرف‌ها متفاوت بوده است. ظرفی که مایع در آن تا ارتفاع بیشتری بالا رفته، سطح مقطع کمتری دارد. پس گزینه‌ی (۱) درست است.

## امتیازی ۵

۲۱. (۲) با توجه به رنگ‌آمیزی یال‌ها، شکل را از بالا تصور کنید.



۲۲. (۵) ضلع مربع بزرگ، از مجموع اضلاع مربع‌های داخل آن تشکیل شده است.

ضلع مربع خاکستری  $28 - 22 = 6$  سانتی‌متر است و ضلع مربع سیاه،  $28 - 15 = 13$  سانتی‌متر است. پس ضلع مربع سفید،  $28 - (13 + 6) = 9$  سانتی‌متر است. پس به‌جای علامت سؤال، مقدار  $28 - 9 = 19$  را باید نوشت.

۲۳. (۲) حرکت اول: یک دایره‌ی سفید و دو دایره‌ی سبز را برمی‌گردانیم، تا در مجموع سه دایره‌ی سبز بماند:

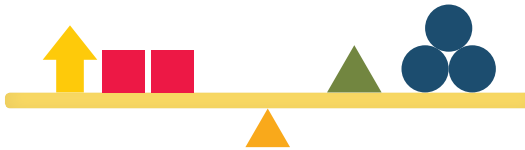


حرکت دوم: سه دایره‌ی سبز را برمی‌گردانیم تا همه سفید شوند.





۲۴. (۳) ابتدا دوتا ترازوی سمت راست را روی هم می‌ریزیم:



حال تصاویر یکسان دوطرف را برمی‌داریم:

پس گزینه‌ی (۳) درست است.

۲۵. (۴) با توجه به تعداد بستنی‌ها و تعداد تزئینات:

شکلات فقط روی بستنی وانیلی قرار دارد،

ویفر روی بستنی‌های وانیلی و شکلاتی قرار دارد،

گیلاس روی بستنی‌های وانیلی و شکلاتی و لیمویی قرار دارد،

و چتر روی هر ۴ نوع بستنی قرار دارد.

پس بستنی لیمویی با ویفر نداریم.

۲۶. (۴) بیشترین تعداد وقتی اتفاق می‌افتد که رقم وسط خیلی بزرگ‌تر از رقم‌های کناری باشد تا مجموع رقم‌های کناری با

افزایش رقم یکان، خیلی دیر به رقم وسط برسد. پس باید رقم وسط ۹ باشد و رقم‌های کناری از ۰ و ۱ شروع بشوند تا بیشترین

تعداد را داشته باشیم:

۱۹۰   ۱۹۱   ۱۹۲   ۱۹۳   ۱۹۴   ۱۹۵   ۱۹۶   ۱۹۷

که ۸ تا هستند.

۲۷. (۲)

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

کسری از بازی‌ها که مساوی شده بود:





$$\frac{1}{6} = \frac{1}{\square} \Rightarrow \square = 12$$

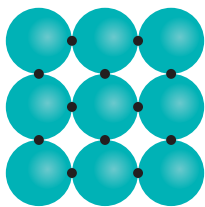
$$15 - 12 = 3$$

کل تعداد بازی که انجام داده بود:

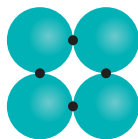
۳ بازی دیگر باید انجام بدهد

۲۸. (۱) با تجسم لایه‌های تا شده، پاسخ را به دست می‌آورید.

۲۹. (۵) در لایه‌ی زیر: ۶+۶ چسب



در لایه‌ی بعدی: ۲+۲ چسب



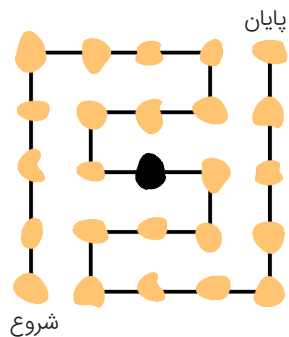
در اتصال هر گوی لایه‌ی ۲ به لایه‌ی زیرین ۴ جای چسب داریم، پس  $4 \times 4 = 16$  چسب در این اتصال داریم.

در اتصال آخرین گوی نیز ۴ جای چسب به لایه‌ی دوم داریم. پس در مجموع

$$12 + 4 + 16 + 4 = 36$$

جای چسب داریم.

۳۰. (۲) مسیر حرکت در شکل مشخص شده است. پس باید وقتی به جزیره‌ی سیاه رسید، به سمت شرق برود:



2020  
۱۴۰۰



ریاضیات کانگورو

دبیرخانه جشنواره ریاضیات کانگورو در ایران

تهران، میدان فاطمی، خیابان جویبار، خیابان میرهادی شرقی، پلاک ۱۴

تلفن: ۸۸۹۴۵۵۴۵ شماره: ۸۸۹۴۴۰۵۱

[www.mathkangaroo.ir](http://www.mathkangaroo.ir)



@mathkangaroo.ir



@iranmathkangaroo