



دوازدهمین دوره جشنواره بین المللی

# ریاضیات کانگورو

12<sup>th</sup>

International Math Kangaroo 2020



پاسخنامه‌ی پایه‌های ۹ و ۱۰



۱. (۲)

۲. (۴) داریم:

$$1 + 2345 = 2346, 12 + 345 = 357, 123 + 45 = 168, 1234 + 5 = 1239$$

پس اگر آن‌ها را به ترتیب از کوچک به بزرگ بچینیم، داریم:

$$168, 357, 1239, 2346, 12345$$

و عدد وسط، ۱۲۳۹ است.

۳. (۵) مادر مادر آنهیتا، مادر بزرگ اوست. دختر مادر مادر آنهیتا، دختر مادر بزرگ است، پس دختر مادر مادر آنهیتا، یعنی مادر یا خاله آنهیتا. بنابراین مادر دختر مادر مادر آنهیتا، یعنی مادر خاله یا مادر آنهیتا، که می‌شود مادر بزرگ او.

۴. (۱) در صورتی که همهٔ دکمه‌ها جابه‌جا بسته شوند، حلقه‌ها به یک مسیر مارپیچ تبدیل می‌شوند که هیچ حلقه‌ای ندارد.

۵. (۲) حاصلجمع‌ها را به صورت بسط دهدهی می‌نویسیم:

$$AB + CD = (10A + B) + (10C + D) = 10(A + C) + (B + D)$$

$$AD + CD + AB + CB = (10A + D) + (10C + D) + (10A + B) + (10C + B) = 2 \times 10(A + C) + 2(B + D)$$

پس حاصلجمع عددهای سمت راست، دقیقاً دو برابر حاصلجمع ۷۹ است.

$$2 \times 79 = 158$$

۶. (۳) داریم:

$$X + (X + 1) + (X + 2) + (X + 3) = 2$$

$$\Rightarrow 4X + 6 = 2$$

$$\Rightarrow 4X = -4 \Rightarrow X = -1$$



۷. (۲) اولین بار بعد از این، در سال ۲۱۲۱ چنین شرایطی خواهیم داشت:

$$۲۱۲۱ - ۲۰۲۰ = ۱۰۱$$

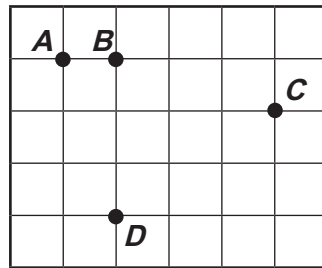
۸. (۵) اگر تعداد مثلث‌ها و مربع‌های اولیه را با  $y$  و  $x$  نمایش دهیم، داریم:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ 4(x - 3) + 3(y + 6) = 42 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 10 \\ 4x - 3y = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x - 4y = -40 \\ 4x + 3y = 36 \end{cases} \Rightarrow -y = -4 \Rightarrow y = 4$$

۹. (۳) طول پاره‌خط‌هایی که وسط ضلع‌ها را به هم وصل می‌کند برابر نصف طول قطر بادبادک است. پس مجموع طول این پاره‌خط‌ها و دو قطر برابر است با:

$$۱۲۰ + ۸۰ + ۶۰ + ۶۰ + ۴۰ + ۴۰ = ۴۰۰$$

۱۰. (۱) نقاط روی شبکه را مانند شکل زیر نام‌گذاری می‌کنیم:



کمترین مساحت مربوط به مثلث  $ABC$  است که کوچک‌ترین قاعده و کوتاه‌ترین ارتفاع را دارد.

مساحت این مثلث برابر است با:

$$\frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$$



## امتیازی ۴

۱۱. (۴) ۱۸ روز یعنی ۲ هفته و ۴ روز. هر روزی که هاله به خانه مادر بزرگ برود، در دو هفته، ۶ روز داستان می‌شنود. اگر شنبه به خانه مادر بزرگ رفته باشد، در چهار روز باقی‌مانده، ۳ روز دیگر هم داستان می‌شنود و این بیشترین تعداد روز داستان خوانی ممکن در ۱۸ روز است.

۱۲. (۲) داریم:

$$ab = 2cd \Rightarrow abcd = 2cd \cdot cd = 2(cd)^2$$

پس نصف حاصل  $abcd$  باید مربع کامل باشد. از بین اعداد موجود، ۱۰۰ تنها عددی است که این خاصیت را ندارد.

۱۳. (۲) تابلوی سمت چپ، بین دو شهر «آ» و «ب» قرار دارد. پس فاصله بین دو شهر «آ» و «ب» برابر است با  $4 + 3 = 7$  km. تابلوی سمت راست بین دو شهر «ب» و «ج» قرار دارد و از شهر «آ»، ۶ km فاصله دارد. پس فاصله‌اش تا شهر «ب» برابر است با  $6 - 4 = 2$  km.

۱۴. (۲) ضلع به طول ۲۰ cm یکی از ساق‌های مثلث است، چون دو ضلع دیگر با هم برابر نیستند. دو حالت زیر را داریم:

- طول قاعده  $\frac{2}{5}$  برابر طول ساق است، یعنی طول قاعده برابر است با  $8 = \frac{2}{5} \times 20$  cm. در این صورت محیط برابر است با  $8 + 20 + 20 = 48$  cm.

- طول ساق  $\frac{2}{5}$  برابر طول قاعده است، یعنی طول قاعده برابر است با  $\frac{5}{2}$  برابر طول ساق. به عبارت دیگر طول قاعده برابر است با  $50 = \frac{5}{2} \times 20$  cm. در این حالت باید مثلثی به طول اضلاع ۲۰ و ۲۰ و ۵۰ داشته باشیم. ولی می‌دانیم این اعداد نمی‌توانند طول اضلاع یک مثلث باشند.

پس محیط برابر است با ۴۸ cm.

۱۵. (۱) مجموع اعداد روی چهار قطر برابر است با  $52 = 4 \times 13$ . در این حاصلجمع، مجموع اعداد روی محیط به اضافه چهار برابر عدد روی مرکز آمده است ولی می‌دانیم مجموع اعداد روی محیط برابر ۴۰ است. پس چهار برابر عدد روی مرکز برابر است با  $12 = 52 - 40$ . بنابراین عدد روی مرکز، عدد ۳ است.



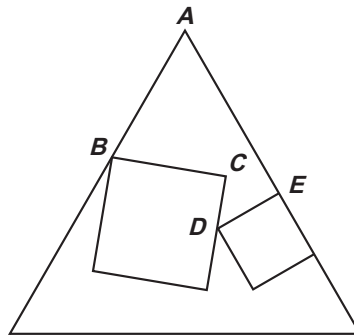
۱۶. (۳) فرض کنیم دو رقم آخر عدد مورد نظر، عدد دورقمی  $A$  را تشکیل بدهند. باید عدد دورقمی  $A$  را طوری پیدا کنیم که  $۲۰A$  مربع کامل باشد و  $۲۰A = ۲^۲ \times ۵A$ .

بنابراین برای این که  $۲۰A$  مربع کامل بشود لازم است  $A$ ، ۵ برابر یک عدد مربع کامل باشد. در نتیجه مقدارهای ممکن برای  $A$  اینها هستند:  $۵ \times ۴ = ۲۰$ ،  $۵ \times ۹ = ۴۵$ ،  $۵ \times ۱۶ = ۸۰$ . در نتیجه اعداد مورد نظر اینها هستند:

$$۲۰۸۰، ۲۰۴۵، ۲۰۲۰$$

۱۷. (۵) مجموع زاویه‌های داخلی پنج‌ضلعی  $ABCDE$  برابر است با  $۱۸۰ \times ۳ = ۵۴۰^\circ$ .

و می‌دانیم  $\angle A = ۶۰^\circ$ ،  $\angle B = ۷۰^\circ$ ،  $\angle C = ۲۷^\circ$ ،  $\angle E = ۹۰^\circ$ .



پس:

$$۶۰^\circ + ۷۰^\circ + ۲۷^\circ + ۹۰^\circ + \angle D = ۵۴۰^\circ \Rightarrow ۴۹۰^\circ + \angle D = ۵۴۰^\circ \Rightarrow \angle D = ۵۰^\circ$$

۱۸. (۴) لاله با ۱۴ لیتر بنزین، حداکثر می‌تواند ۱۴۰ کیلومتر برود و برای این که بتواند از پمپ‌بنزین به مقصد برسد، لازم است پمپ‌بنزین تا مقصد حداکثر ۴۰۰ کیلومتر فاصله داشته باشد. پس باید پمپ‌بنزین در فاصله ۱۲۰ تا ۱۴۰ کیلومتری مبدأ باشد (چون  $۵۲۰ - ۴۰۰ = ۱۲۰$ ).

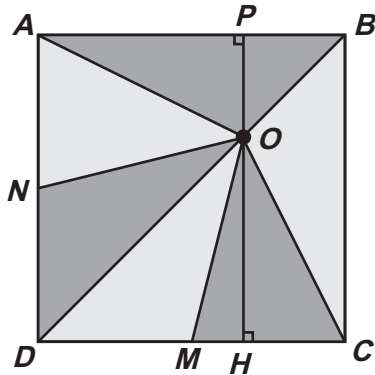
تنها پمپ‌بنزین با این شرایط، پمپ‌بنزینی است که در فاصله ۱۳۰ کیلومتری مبدأ و ۳۹۰ کیلومتری مقصد است.

۱۹. (۱) می‌دانیم  $۱۰۲ = ۱۷X + ۵۱Y$ . با تقسیم دو طرف معادله بر ۱۷ داریم:  $X + ۳Y = ۶$ . حالا اگر دو طرف معادله را در ۹ ضرب کنیم، خواهیم داشت:  $۹X + ۲۷Y = ۵۴$ .





۲۰. (۴) مساحت مثلث‌های  $OMC$ ،  $OMD$  و  $OAB$  با هم برابر است. اگر  $OH$  و  $OP$  ارتفاع‌های این مثلث‌ها باشند، داریم:



$$S_{\triangle OMD} = S_{\triangle OMC} \Rightarrow \frac{1}{2}OH \times DM = \frac{1}{2}OH \times MC$$

$$\Rightarrow MC = DM = \frac{1}{2}CD$$

طول ضلع مربع برابر است با ۹ دسی‌متر، پس  $MC = DM = \frac{9}{2}$ . از طرفی مساحت مثلث  $OMC$  برابر  $\frac{1}{6}$  مساحت مربع است؛

یعنی

$$S_{\triangle OMC} = \frac{1}{6} \times 81 = \frac{27}{2}$$

و

$$S_{\triangle OMC} = \frac{1}{2} \times \frac{9}{2} \times OH = \frac{9}{4}OH$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4}OH = \frac{27}{2} \Rightarrow OH = \frac{27}{2} \times \frac{4}{9} = 6$$



۲۱. (۲) برای این که عددی ۱۸ بخش پذیر باشد، لازم است هم بر ۲ و هم بر ۹ بخش پذیر باشد. برای بخش پذیری بر ۹ لازم

است مجموع ارقام عدد، بر ۹ بخش پذیر باشد. مجموع ارقام هریک از اعداد مورد نظر برابر است با:  $1 + 2 + \dots + 9 = 45$ . پس

همه این اعداد بر ۹ بخش پذیرند. در نتیجه برای بخش پذیری بر ۱۸، کافی است عدد زوج باشد. داریم:

$$\text{تعداد اعداد زوج} = 4 \times 8 \times 7 \times \dots \times 2 \times 1 = 4 \times 8!$$

↑  
تعداد حالت برای رقم یکان

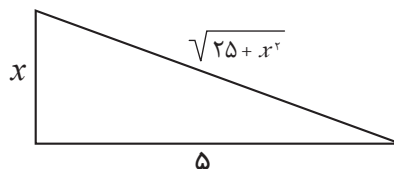
$$9! = \text{تعداد کل اعداد}$$

بنابراین احتمال مضرب ۱۸ بودن عدد برابر است با:

$$\frac{4 \times 8!}{9!} = \frac{4 \times 8!}{9 \times 8!} = \frac{4}{9}$$



۲۲. (۳) مطابق شکل زیر، اگر خرگوش  $x$  متر را در جهت اشتباه و عمود بر مسیر دویده باشد، مسافت  $x + \sqrt{۲۵+x^۲}$  متر دویده است.



اگر سرعت لاک پشت برابر  $V$  باشد، سرعت خرگوش برابر  $۵V$  خواهد بود.

همچنین اگر هر دو بعد از  $t$  ثانیه به خط پایان رسیده باشند، داریم:

$$\begin{cases} ۵V = \frac{\sqrt{۲۵+x^۲}+x}{t} \\ V = \frac{۵}{t} \end{cases}$$

اگر دو معادله بالا را برهم تقسیم کنیم، داریم:

$$\begin{aligned} \frac{۵V}{V} &= \frac{\frac{\sqrt{۲۵+x^۲}+x}{t}}{\frac{۵}{t}} \Rightarrow ۵ = \frac{\sqrt{۲۵+x^۲}+x}{۵} \Rightarrow ۲۵ = \sqrt{۲۵+x^۲}+x \\ \Rightarrow ۲۵-x &= \sqrt{۲۵+x^۲} \Rightarrow (۲۵-x)^۲ = ۲۵+x^۲ \Rightarrow ۶۲۵-۵۰x+x^۲ = ۲۵+x^۲ \\ \Rightarrow ۵۰x &= ۶۰۰ \Rightarrow x = ۱۲\text{m} \Rightarrow \sqrt{۲۵+x^۲} = \sqrt{۲۵+۱۴۴} = \sqrt{۱۶۹} = ۱۳ \end{aligned}$$

۲۳. (۵) مجموعه‌ها را به این ترتیب نام‌گذاری می‌کنیم:

$A$  = مجموعه همه شکل‌های بزرگ

$B$  = مجموعه همه شکل‌های آبی

$C$  = مجموعه همه مربع‌ها

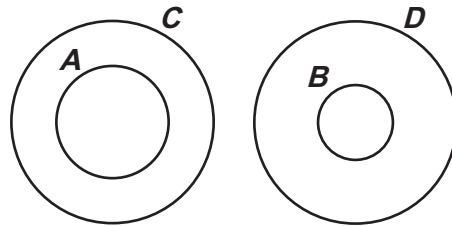
$D$  = مجموعه همه مثلث‌ها

با توجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$A \subseteq C, B \subseteq D, C \cap D = \emptyset$$



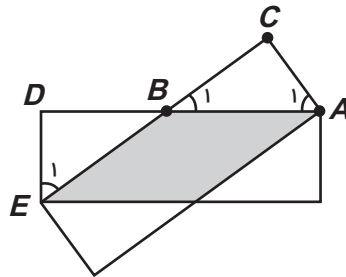
پس نمودار ون این چهار مجموعه به شکل زیر است:



طبق این نمودار ون، می توان دید:  $B \subseteq A'$

یعنی همه شکل های آبی، کوچک اند.

۲۴. (۴) شکل را به صورت زیر نام گذاری می کنیم:



داریم:

$$\left. \begin{array}{l} DE = CA \\ \angle C = \angle D = 90^\circ \\ \angle A_1 = \angle E_1 = 90^\circ - \angle B_1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ضضز} \\ \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle CBD \Rightarrow BD = BC \end{array}$$

حالا اگر قرار بدهیم  $BD = x$ ، در مثلث  $ABC$  داریم:  $BC = x$  و  $BA = 9 - x$ . طبق قضیه فیثاغورس داریم:

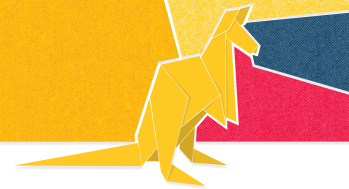
$$3^2 + x^2 = (9 - x)^2 \Rightarrow 9 + x^2 = 81 - 18x + x^2 \Rightarrow 18x = 72 \Rightarrow x = 4$$

$$\Rightarrow AB = 9 - 4 = 5$$

مساحت متوازی الاضلاع خاکستری برابر است با:

$$5 \times 3 = 15 \text{ cm}^2$$





۲۵. (۳) عدد ۷ حتماً مربوط به یکی از وجه‌های کناری است، چرا که کوچک‌ترین حاصلجمع ۴ عدد طبیعی برابر  $1+2+3+4=10$  است. پس نمی‌توانیم با جمع کردن ۴ تا از اعداد ۱ تا ۵ به عدد ۷ برسیم. همچنین یکی از اعدادی که با هم جمع شده‌اند و حاصل ۷ به دست آمده است، حتماً عدد ۱ است. چرا که اگر از ۱ استفاده نکنیم، کوچک‌ترین حاصلجمع ممکن برابر  $2+3+4=9$  خواهد شد. پس برای به دست آوردن عدد ۷، باید به دنبال دو عدد با مجموع ۶ بگردیم. تنها حالت ممکن،  $2+4$  است. پس عدد ۷ از جمع شدن سه عدد ۱، ۲ و ۴ به دست آمده است. پس می‌توانیم مطمئن باشیم که عدد ۵ روی رأس هرم نوشته نشده است و روی یکی از رأس‌های قاعده است. بنابراین هیچ‌یک از اعداد ۷، ۸، ۹ و ۱۰ مربوط به قاعده نیست. چون کمترین عدد ممکن برای قاعده برابر است با  $1+2+3+5=11$ .

حالا فرض کنید عدد روی رأس هرم برابر  $x$  باشد و  $a, b, c$  و  $d$  روی رئوس قاعده قرار گرفته باشند.

اگر اعداد روی وجه‌های جانبی را با هم جمع کنیم، هریک از اعداد روی رئوس قاعده دوبار ظاهر می‌شوند و عدد روی رأس هرم، ۴ بار ظاهر شده است. پس داریم:

$$7 + 8 + 9 + 10 = 2(a + b + c + d) + 4x = 2(a + b + c + d + x) + 2x = 2(1 + 2 + \dots + 5) + 2x$$

$$\Rightarrow 34 = 2 \times 15 + 2x \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

بنابراین، عدد روی وجه پایینی هرم برابر است با  $1+3+4+5=13$ .

۲۶. (۳) اگر وجه‌های رنگ‌شده از مکعب بزرگ، کنار هم باشند تعدادی مکعب کوچک خواهیم داشت که دو یا سه وجه رنگی دارند. پس برای این که تعداد مکعب‌های کوچک با یک وجه رنگی بیشترین حالت ممکن باشد لازم است تا جای ممکن، وجه‌های مجاور از مکعب بزرگ را رنگ نکنیم.

وجه‌های مکعب بزرگ را به این شکل نام‌گذاری می‌کنیم:



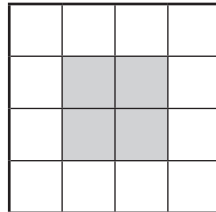
و وجه‌های روبه‌روی وجوه ۱ و ۲ و ۳ را به ترتیب با ۶ و ۵ و ۴ مشخص می‌کنیم.



وقتی ۳ وجه از ۶ وجه مکعب را رنگ می‌کنیم به ناچار دست کم دو وجه کنار هم، رنگ خواهند شد. فرض کنید وجه‌های ۱ و ۲ را رنگ کرده باشیم. در ادامه ممکن است دو حالت زیر اتفاق بیفتند:

- وجه سوم یکی از وجه‌های ۳ و ۴ باشد.

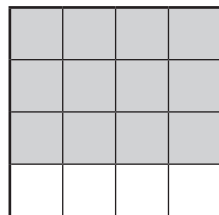
در این صورت در هریک از وجه‌ها دقیقاً ۴ مکعب کوچک داریم که یک وجه‌شان رنگی است. در شکل زیر، یکی از وجه‌های رنگ‌شده را رسم کرده‌ایم و خانه‌های خاکستری نشان‌دهنده مکعب‌های کوچکی هستند که فقط یک وجه‌شان رنگی است. پس در این حالت ۱۲ مکعب با یک وجه رنگی داریم:



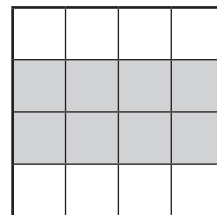
- وجه سوم، یکی از وجه‌های ۵ یا ۶ باشد.

بدون کم‌شدن از کلیت مسئله، فرض می‌کنیم وجه‌های ۱ و ۲ و ۵ رنگ‌شده باشند. در این صورت، در هریک از وجه‌های ۲ و ۵ دقیقاً ۱۲ مکعب کوچک، و در وجه ۱، دقیقاً ۸ مکعب کوچک با یک وجه رنگی خواهیم داشت. در شکل زیر، این سه وجه رسم شده‌اند و خانه‌های خاکستری نشان‌دهنده مکعب‌های کوچکی هستند که یک وجه رنگی دارند.

پس در این حالت  $۱۲+۱۲+۸=۳۲$  مکعب کوچک با یک وجه رنگی داریم.



وجه‌های ۲ و ۵



وجه ۱



۲۷. (۳) عدد مربوط به خانه خالی سطر دوم را با  $X$  نمایش می‌دهیم. پس حاصلجمع اعداد سطر دوم برابر است با:

	ستون اول	ستون دوم	ستون سوم	ستون چهارم
سطر اول	۱		۶	۳
سطر دوم	$X$	۲	۲	۸
سطر سوم		۷		۴
سطر چهارم			۷	

$$۸ + ۲ + ۲ + X = ۱۲ + X$$

حالا عدد مربوط به تنها خانه خالی ستون سوم را به دست می‌آوریم. این عدد برابر است با:

$$(۱۲ + X) - (۶ + ۲ + ۷) = X - ۳$$

یک خانه خالی در سطر سوم باقی مانده است. عدد این خانه برابر است با:

$$(۱۲ + X) - (۷ + ۴ + X - ۳) = ۴$$

خانه خاکستری، تنها خانه خالی از ستون اول است. عدد این خانه برابر است با:

$$(۱۲ + X) - (۱ + X + ۴) = ۷$$

۲۸. (۱) در هر بازی دو نفر شرکت کرده‌اند؛ پس اگر تعداد بازی‌های همه را با هم جمع کنیم، ۲ برابر تعداد بازی‌ها می‌شود. پس تعداد کل بازی‌های انجام شده برابر است با:

$$\frac{۱۷ + ۱۵ + ۱۰}{۲} = ۲۱$$

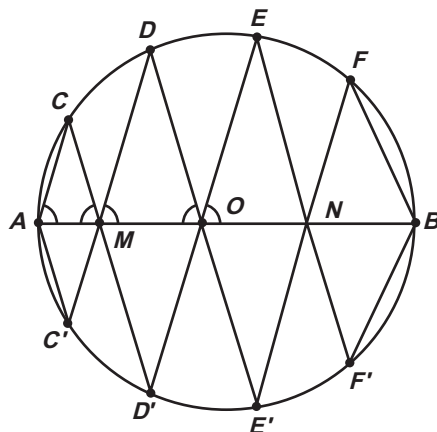
از بین این ۲۱ بازی، آرش ۱۱ = ۲۱ - ۱۰ بار استراحت کرده است. بنابراین دو حالت زیر را داریم:

- آرش در اولین بازی شرکت کرده است. پس ۱۱ بار استراحت آرش، در نتیجه ۱۱ بار باخت بوده است. اما این حالت امکان ندارد زیرا آرش در کل ۱۰ بار بازی کرده و ممکن نیست ۱۱ بار باخت داشته باشد.



- آرش در اولین بازی شرکت نکرده است. پس در دومین بازی شرکت کرده است. از طرفی در این حالت،  $10^\circ$  بار از ۱۱ بار استراحت آرش، نتیجه باخت در بازی قبل بوده است. یعنی هر  $10^\circ$  بار در بازی هایش باخته است. پس بازنده بازی دوم حتماً آرش بوده است.

۲۹. (۲) شکل را نسبت به قطر قرینه می‌کنیم و به شکل زیر می‌رسیم:



$$\widehat{AC} = \widehat{AC'}, \widehat{CD} = \widehat{CD'}, \widehat{DE} = \widehat{D'E'}, \widehat{EF} = \widehat{E'F'}, \widehat{FB} = \widehat{F'B'}$$

از طرفی

$$\angle CAB = \alpha \Rightarrow \widehat{CB} = 2\alpha \Rightarrow \widehat{AC} = 180^\circ - 2\alpha$$

به‌طور مشابه می‌توان دید

$$\widehat{FB} = 180^\circ - 2\alpha$$

از طرف دیگر

$$\angle CMD = 180^\circ - 2\alpha, \angle CMD = \frac{\widehat{CD} + \widehat{CD'}}{2} = \frac{2\widehat{CD}}{2} = \widehat{CD}$$

$$\Rightarrow \widehat{CD} = 180^\circ - 2\alpha$$

به‌طور مشابه می‌توان دید

$$\widehat{DE} = \widehat{EF} = 180^\circ - 2\alpha$$



پس داریم

$$\widehat{AC} + \widehat{CD} + \widehat{DE} + \widehat{EF} + \widehat{FB} = 5 \times (180^\circ - 2\alpha) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 900^\circ - 10\alpha = 180^\circ \Rightarrow 10\alpha = 720^\circ \Rightarrow \alpha = 72^\circ$$

۳۰. (۴) عدد ۳ رقمی با ارقام  $a$ ،  $b$  و  $c$  را به صورت  $\overline{abc}$  نمایش می‌دهیم.

بخش‌پذیری بر صفر بی‌معنی است. پس رقم یکان هیچ یک از این اعداد نمی‌تواند صفر باشد.

- $\overline{ab1}$ ،  $\overline{ab2}$  و  $\overline{ab5}$  به ازای تمام مقادیر  $a$  و  $b$  به ترتیب بر ۱، ۲ و ۵ بخش‌پذیرند.
- برای این که  $\overline{ab3}$ ،  $\overline{ab7}$  و  $\overline{ab9}$  به ترتیب بر ۳، ۷ و ۹ بخش‌پذیر باشند، لازم است عدد دورقمی  $\overline{ab}$  به ترتیب بر ۳، ۷ و ۹ بخش‌پذیر باشد؛ چرا که  $\overline{ab7} = 10\overline{ab} + 7$ . پس برای بخش‌پذیری  $\overline{ab7}$  بر ۷، لازم است  $\overline{ab}$  بر ۱۰ و در نتیجه  $\overline{ab}$  بر ۷ بخش‌پذیر باشد (حالت بخش‌پذیری بر ۳ و ۹ به‌طور مشابه ثابت می‌شود).
- برای این که  $\overline{ab4}$ ،  $\overline{ab6}$  و  $\overline{ab8}$  به ترتیب بر ۴، ۶ و ۸ بخش‌پذیر باشند، لازم است عدد دورقمی  $\overline{ab}$  به ترتیب بر ۲، ۳ و ۴ بخش‌پذیر باشد؛ چرا که  $\overline{ab6} = 10\overline{ab} + 6$ . و برای بخش‌پذیری  $\overline{ab6}$  بر ۶، لازم است  $\overline{ab}$  بر ۱۰ و ۶ بخش‌پذیر باشد که نتیجه می‌دهد  $\overline{ab}$  باید بر ۳ بخش‌پذیر باشد. حالت‌های  $\overline{ab4}$  و  $\overline{ab8}$  به‌طور مشابه ثابت می‌شوند.

پس دو حالت زیر را داریم:

۱. اعداد به صورت  $\overline{ab1}$ ،  $\overline{ab2}$ ، ...،  $\overline{ab8}$  هستند. در این حالت لازم است عدد دورقمی  $\overline{ab}$  بر اعداد ۲، ۳، ۴ و ۷ بخش‌پذیر باشد. ک.م.م اعداد ۲، ۳، ۴ و ۷ برابر است با ۸۴؛ پس  $\overline{ab}$  باید مضرب ۸۴ باشد. تنها عدد ۲ رقمی مضرب ۸۴، خود ۸۴ است. پس در این حالت، حتماً  $a = 8$  و  $b = 4$ .
۲. اعداد به صورت  $\overline{ab9}$ ، ...،  $\overline{ab3}$ ،  $\overline{ab2}$  باشند. در این حالت لازم است عدد دورقمی  $\overline{ab}$  بر اعداد ۲، ۳، ۴، ۷ و ۹ بخش‌پذیر باشد. ک.م.م این اعداد برابر است با ۲۵۲؛ پس عدد دورقمی  $\overline{ab}$  باید مضرب ۲۵۲ باشد. ولی چنین عدد دورقمی‌ای وجود ندارد.

بنابراین تنها حالت ممکن این است که  $a = 8$  و  $b = 4$  و رقم یکان کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی، برابر ۱ باشد. در نتیجه مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد برابر است با  $1 + 4 + 8 = 13$ .

2020  
۱۴۰۰



ریاضیات کانگورو

دبیرخانه جشنواره ریاضیات کانگورو در ایران

تهران، میدان فاطمی، خیابان جویبار، خیابان میرهادی شرقی، پلاک ۱۴

تلفن: ۸۸۹۴۵۵۴۵ شماره: ۸۸۹۴۴۰۵۱

[www.mathkangaroo.ir](http://www.mathkangaroo.ir)



@mathkangaroo.ir



@iranmathkangaroo