

## برنامه درسی ریاضیات کانگورو

### مصوب نشست 2021 انجمن کانگورو بدون مرز

(و ملاحظاتی برای طراحی مسئله‌های مناسب جهت پیشنهاد به نشست)

#### مقدمه

این مطلب برای راهنمایی دوستانی تدوین شده است که می‌خواهند به فراخوان طراحی مسئله پاسخ دهند و برای چالش سال آینده کانگورو، مسائلی را طراحی کرده و پیشنهاد دهند. متن پیش رو شامل چند بخش است: ابتدا ویژگی‌های کلی و عمومی مسائلی که طراحی و پیشنهاد می‌شود، بیان شده است. سپس؛ موضوعات مناسب و نیز موضوعات نامناسب برای هر یک از شش گروه سنی شرکت‌کننده در ریاضیات کانگورو، فهرست شده است. برای تهیه این راهنما، از مصوبات نشست کانگورو بدون مرز در اکتبر 2021 استفاده شده است.

#### توضیحات کلی

- ✓ در وهله اول، هر مسئله‌ای که پیشنهاد می‌شود باید به اندازه کافی برای دانش‌آموزان جالب باشد. البته تعریف یک مسئله جالب و جذاب، کار ساده‌ای نیست. ولی می‌توان به صراحت گفت که مسئله‌های صرفاً محاسباتی بدون هیچ ایده ریاضی، حتی اگر ساده هم باشند، جالب نیستند. مسئله‌های ریاضیات کانگورو نباید بسیار شبیه مسائل متداول در ریاضیات مدرسه‌ای باشند.
- ✓ صورت‌بندی مسئله باید به گونه‌ای باشد که برای دانش‌آموزان آن سن، کاملاً شفاف و به راحتی قابل درک باشد.
- ✓ از آنجا که زمان چالش کانگورو 75 دقیقه تا 90 دقیقه است، در طراحی مسئله به این موضوع دقت کنید که زمان لازم برای حل کردن هر مسئله، به طور متوسط باید 2 و نیم دقیقه باشد. بنابراین؛ مسئله‌های 3 امتیازی باید به گونه‌ای باشند که زمان بسیار کمتری برای حل کردن نیاز داشته باشند و نیز تنها در یک مرحله (اعم از تحلیل یا استدلال یا محاسبه) حل شوند و به این ترتیب، زمان بیشتری برای فکر کردن به مسئله‌های 5 امتیازی و حل کردن آن‌ها به وجود بیاید.
- ✓ طراحی مسائل 3 امتیازی مناسب، کار نسبتاً دشواری است و نشست کانگورو بدون مرز، از مسائل 3 امتیازی مناسب در همه گروه‌های سنی استقبال می‌کند. حتی اگر آن مسئله برای گروه سنی پایین‌تر نیز قابل استفاده باشد.

✓ مسائل ریاضیات کانگورو به‌طور کلی در چهار حوزه، دسته‌بندی می‌شوند: هندسه (و اندازه‌گیری)، اعداد، جبر (تفکر جبری)، و منطق. برای هرگروه سنی، موضوعات و انواع مسائلی که در این چهار حوزه می‌توان طراحی کرد به تفصیل آمده است. ولی گاهی بعضی مسائل هستند که در هیچ‌یک از این چهار حوزه قرار نمی‌گیرند ولی از آنجا که نیازمند هیچ دانش ریاضی خاصی نیستند و تنها با استنتاج می‌توان آن‌ها را حل کرد، جالب و مناسب ریاضیات کانگورو هستند.

✓ توجه کنید که مسائلی که صرفاً برای سنجش انواع هوش هستند، و تفکر ریاضی دانش‌آموز را به چالش نمی‌کشند، برای ریاضیات کانگورو مناسب نیستند.

چند نکته را نیز رعایت کنید:

- لطفاً در صورتی که برای طراحی مسئله، از ایده‌های مسائل منابع دیگری به‌جز آرشیو مسائل ریاضیات کانگورو استفاده کرده‌اید (مانند کتاب‌های دیگر موجود در بازار یا حتی سایت‌ها و منابع غیرفارسی)، حتماً منابع را در قسمت مشخص شده در فرم، قید فرمایید.
- گروه مناسب (یکی از شش گروه سنی)، سطح مسئله (3 یا 4 یا 5 امتیازی بودن) و موضوع مسئله (هندسه / اعداد / جبر / منطق) را تا حد امکان برای مسئله پیشنهادی خود به دقت تعیین کنید.
- راه حل مسئله را کامل و دقیق ارائه کنید.
- تصاویر لازم برای مسئله با دقت رسامی کرده و به مسئله الصاق کنید.

## گروه سنی PreEcolier (پایه‌های 1 و 2)

گروه PreEcolier یک گروه خاص است زیرا انتظار نداریم که شرکت‌کنندگان در آن، بتوانند متن‌ها را به‌خوبی و روان بخوانند. از این رو باید در طراحی مسئله برای آن‌ها، از متن‌های ساده و ترجیحاً تصاویر به جای کلمات استفاده کنیم تا آن‌ها نیز عملکرد بهتری داشته باشند. حتی مسائلی که برای این گروه طراحی می‌شوند، باید بیشتر از سایر گروه‌های سنی، دانش‌آموزان را به حل مسئله و پاسخ دادن به آن‌ها ترغیب کنند.

در فهرست زیر، انواع ممکن مسئله که برای این گروه سنی می‌توان پیشنهاد کرد آمده است:

- شمارش و مرتب کردن اعداد تا 20 برای مسئله‌های 3 و 4 امتیازی. شمارش و مرتب کردن اعداد بزرگ‌تر تا 30 برای مسائل 5 امتیازی.
- مقایسه اعداد کوچک و مقایسه اندازه شکل‌های هندسی (بزرگ‌تر، کوچک‌تر، برابر).
- اعداد ترتیبی (اول، دوم، سوم، ...).
- ارزش مکانی (یکان، دهگان (برای مسائل 3 و 4 امتیازی) و صدگان برای مسائل 5 امتیازی).
- جمع و تفریق اعداد (فقط تا دو رقم).
- محور اعداد فقط برای نمایش کارهای ساده.
- کسرهای  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{4}$  البته به صورت کلامی (نصف و ثلث و ربع).
- مرتب کردن اشیاء با استفاده از یک ویژگی خاص، مرتب کردن و دسته‌بندی اشیاء.
- اندازه‌گیری (طول، گنجایش، جرم، دما، زمان) تنها با عددهای طبیعی کوچک.
- الگوهای عددی و هندسی؛ و نه دنباله‌های نامتناهی.
- محیط / و مقایسه طول خط‌های شکسته.
- مکان نسبی در یک شکل یا در فضا (پشت، جلو، کنار، چپ، راست، روی، زیر، بین، درون، بیرون).
- ویژگی‌های توصیفی شکل‌های هندسی.
- معماها: مازها یا پازل شکل‌ها.
- تصور هندسی ساده از مکعب و مکعب مستطیل‌ها.
- با احتمال بیشتر، با احتمال کمتر، قطعی، ناممکن.
- نمودارهای میله‌ای یا تصویری ساده.
- نمودارهای ون ساده.
- تقویم (هفته، ماه، سال).
- پول (با مقدار ارزش کم).
- صفحه ساعت (نیم ساعت و تمام ساعت) (فقط برای مسئله‌های پنج امتیازی از دقیقه استفاده شود).
- تقارن محوری ساده و چرخش‌های ساده.
- تفکر جبری ابتدایی مانند تعادل، که مربوط به مفاهیمی مانند تساوی، کمتر بودن و بیشتر بودن است.

## گروه سنی Ecolier (پایه‌های 3 و 4)

مسئله‌های این گروه می‌تواند درباره یکی از موضوعات زیر باشد: هندسه مسطحه، حساب، مسئله‌ای درباره عدد سالی که مسابقه برگزار می‌شود، منطق، یک معما (پازل)، مسئله شمارشی (ترکیبیاتی) ساده. در فهرست زیر، موضوعات مناسب این گروه سنی با جزئیات کامل آمده است:

### 1. هندسه

- اندازه‌گیری: شامل محیط و مساحت ساده؛ به عنوان مثال مقایسه طول‌ها یا شمارش تعداد خانه‌های صفحه چهارخانه.
- تقارن.

### 2. اعداد

- چهار عمل اصلی با عددهای طبیعی کمتر از 1000.
- مقایسه بزرگی اعداد و مرتب کردن اعداد.
- مضارب و مقسوم‌علیه‌ها.
- کسرهای ساده که نشان دهنده جزئی از یک شکل هستند مانند ربع و ثلث و نیم.
- عددی که سال برگزاری مسابقه است می‌تواند برای مسائلی درباره رقم‌ها یا موارد مشابه آن، از قانون کمتر از 1000 بودن مستثنا باشد.
- میانگین حسابی.

### 3. منطق

- راهبردهایی برای بازی‌های ساده.
- دسته‌بندی اشیاء.
- معماها.

### 4. موضوعاتی که نباید در مسئله‌ها باشد:

در هندسه: دایره؛ واحدهای اندازه‌گیری به جز واحدهای ساده مانند متر و لیتر و کیلوگرم و درجه سانتی‌گراد و تاریخ.  
در اعداد: محاسبات کسری؛ اولویت در محاسبات؛ اعداد اعشاری؛ عددهای اول؛ مسائل کلامی که بسیار شبیه تمرین‌های کتاب‌های درسی مدرسه‌ای هستند.  
به‌طور کلی: مسائل باز-پاسخ که بیش از یک پاسخ دارند.

## گروه سنی Benjamin (پایه‌های 5 و 6)

مسئله‌های این گروه می‌تواند درباره یکی از موضوعات زیر باشد: هندسه اقلیدسی مسطحه، هندسه فضایی، مسئله‌ای درباره عدد سالی که مسابقه برگزار می‌شود، منطق، مسائل شمارشی (ترکیبیاتی) ساده. در فهرست زیر، موضوعات مناسب این گروه سنی با جزئیات کامل آمده است:

### 1-الف. هندسه مسطحه

- نقاط، خط‌ها، پاره‌خط‌ها، دایره‌ها، مثلث‌های خاص، چهارضلعی‌های خاص.
- تقارن و تبدیلات (بازتاب، انتقال، دوران).
- محیط و مساحت مربع و مستطیل و مثلث قائم‌الزاویه.

### 1-ب. هندسه فضایی

- فقط مسئله‌هایی که برای حل شدن، به شهود نیاز دارند.

### 2. اعداد و جبر

- محاسبات چهار عمل اصلی با عددهای طبیعی.
- تشخیص مضارب 2 و 3 و 5 و 9 و 10.
- محاسبات بسیار ساده با کسرها و عددهای اعشاری.
- مسائلی درباره دستگاه عددنویسی اعشاری.
- مسائل ساده درباره ترتیب بین اعداد (صحیح، اعشاری، کسری) و اتصال بین بازنمایی‌های آن‌ها (روی محور اعداد یا سطوح و ...).
- تفکر جبری بدون استفاده از نمادگذاری رسمی جبر.
- مسائل شمارشی (ترکیبیاتی) که نیازمند فرمول نیستند.
- مسائل ساده درباره درصد.
- واحدهای اندازه‌گیری در نظام متریک (طول، جرم، سطح، حجم، دما، زمان).
- مسائلی درباره مسافت - زمان، و سرعت.

### 3. منطق

- مسائل منطقی که در گام‌های محدود حل می‌شوند یا نیازمند تحلیل تعداد حالت‌ها یا فرض‌های محدود هستند.

### 4. موضوعاتی که نباید در مسئله‌ها باشد:

در هندسه: متوازی‌السطوح‌هایی که مکعب مستطیل نیستند و چندوجهی‌های پیچیده‌تر؛ قوانین پرسپکتیو؛ مسائلی که نیازمند قضیه‌هایی درباره طول و زاویه می‌شوند مانند قضیه فیثاغورث و قضیه تالس؛ محیط و مساحت دایره. در اعداد: محاسبات با اعداد منفی؛ تقسیم کسرها؛ اعداد اول؛ توان و ریشه. به‌طور کلی: جبر نمادین (معادله‌ها و عبارات‌های جبری)؛ دنباله‌ها به‌ویژه دنباله‌هایی که باز-پاسخ هستند و به‌صورت یکتا تعریف نمی‌شوند.

## گروه سنی Cadet (پایه‌های 7 و 8)

مسئله‌های این گروه می‌تواند درباره یکی از موضوعات زیر باشد: هندسه اقلیدسی مسطحه، هندسه فضایی، مسئله‌ای درباره عدد سالی که مسابقه برگزار می‌شود، منطق، مسائل شمارشی (ترکیبیاتی) ساده. در فهرست زیر، موضوعات مناسب این گروه سنی با جزئیات کامل آمده است:

### 1-الف. هندسه مسطحه

- نقطه، خط، پاره‌خط، زاویه، زاویه تند، زاویه راست، زاویه باز، دایره، شعاع و قطر دایره، مثلث، مثلث متساوی-الساقین و مثلث متساوی‌الاضلاع، چهارضلعی، مربع مستطیل، متوازی‌الاضلاع، لوزی، دوزنقه، قطر چهارضلعی، چندضلعی‌های منتظم.
- تقارن، انتقال و بازتاب و دوران در صفحه.
- مجموع زاویه‌های مثلث، مجموع زاویه‌های مربع، زاویه‌های ایجاد شده بین دو خط موازی و یک خط مورب.
- گزاره‌های اولیه درباره زاویه‌ها و ضلع‌ها و قطرهای مثلث‌ها و چهارضلعی‌های خاص.
- محیط و مساحت مربع، مستطیل، متوازی‌الاضلاع، لوزی، دوزنقه، مثلث.
- مختصات یک نقطه در صفحه.

### 1-ب. هندسه فضایی

- مکعب، متوازی‌السطوح منتظم، منشور، هرم، مخروط، استوانه، کره.
- مساحت و حجم مکعب و متوازی‌السطوح منتظم.
- حرکت سه‌بُعدی شکل‌های یک و دو بُعدی (مانند گره‌ها و تا کردن).
- نمایش بصری دو بُعدی از یک شیء سه‌بُعدی.

### 2. اعداد

- محاسبات با عددهای صحیح و گویا (کسرها و اعشاری).
- عددهای اول.
- ب م و ک م م .
- تشخیص مضرب‌های 2 و 3 و 4 و 5 و 6 و 9 و 10.
- دانش شهودی درباره بخش‌پذیری مجموع یا تفاضل اعداد.
- مجذور (توان دوم) اعداد.
- ریشه دوم یک مجذور کامل و ریشه سوم یک مکعب کامل.
- درصد.
- مسئله‌های ترکیبیات که نیازمند فرمول نباشند.
- دستگاه متریک (طول، جرم، سطح، حجم، دما، زمان).
- مسائلی درباره مسافت - زمان، و سرعت که نیازمند محاسبات جبری نباشند.
- مسائلی که تنها نیازمند دانش شهودی درباره احتمال هستند.

### 3. جبر

- محاسبات جبری خطی ( جمع و تفریق تک جمله‌های درجه 1، ضرب یک عدد گویا در یک تک جمله‌ای درجه 1).

- مسائلی که با یک معادله یا نامعادله خطی یک مجهولی حل می‌شوند.

### 4. منطق

- مسائل منطقی که در گام‌های محدود حل می‌شوند یا نیازمند تحلیل تعداد حالت‌ها یا فرض‌های محدود هستند.

### 5. موضوعاتی که نباید در مسئله‌ها باشد:

در هندسه: محیط و مساحت دایره؛ مساحت چندضلعی‌های منتظم؛ مساحت و حجم استوانه و هرم و مخروط و کره؛ مسائلی که با قضیه‌هایی درباره طول و زاویه‌های شکل‌ها حل می‌شوند مانند قضیه فیثاغورث و نابرابری مثلث و مثلثات؛ محاسبات با مختصات؛ معادله خط راست؛ قوانین پرسپکتیو؛ مختصات فضایی.

در اعداد: مبنای شمارش غیر دهدهی؛ توان‌های بالاتر از 2، قوانیم محاسبات توان‌ها و ریشه‌ها؛ قوانین بخش‌پذیری؛ قوانین احتمال (مانند قوانین ضرب یا جمع احتمال‌ها).

در جبر: محاسبات جبری غیرخطی (با متغیرهایی در مخرج یا در توان یا در فرجه)؛ تجزیه چندجمله‌ای‌ها؛ دنباله‌های نامتناهی که یک قانون تعریف شده ندارند؛ معادله‌های درجه 2؛ دستگاه معادلات.

در منطق: منطق سوری و جبر بول و تناقض‌نماها مانند آن‌ها.

## گروه سنی Junior (پایه‌های 9 و 10)

مسئله‌های این گروه می‌تواند درباره یکی از موضوعات زیر باشد: هندسه اقلیدسی مسطحه، هندسه فضایی، مسئله‌ای درباره عدد سالی که مسابقه برگزار می‌شود، منطق، مسائل شمارشی (ترکیبیاتی) ساده. در فهرست زیر، موضوعات مناسب این گروه سنی با جزئیات کامل آمده است:

### 1-الف. هندسه مسطحه

- تقارن، انتقال، بازتاب، دوران، تغییر مقیاس.
- قضیه فیثاغورث.
- تشابه.
- مساحت ی شکل‌های دو بُعدی ساده.
- محاسبات زاویه‌ها (زاویه‌های موازی و متعامد، زاویه‌های درون دایره، زاویه‌ها در مثلث و چندضلعی‌های ساده).
- دایره.
- سهمی.
- چندضلعی‌های ساده منتظم.
- مختصات نقاط بدون محاسبات.

### 1-ب. هندسه فضایی

- روابط فضایی.
- مکعب‌ها، هرم‌ها، منشورها، مخروط‌ها، استوانه‌ها، کره‌ها.
- احجام افلاطونی.
- حجم.
- حرکت سه بُعدی اشیای یک و دو بُعدی، مانند گره‌ها و تا کردن.

### 2. نظریه اعداد

- معماهای عددی.
- استفاده ساده از توان‌های اعداد.
- اعداد اول.
- استفاده از تجزیه به عوامل اول.
- استفاده از ارقام.
- الگوهای عددی.
- معادلات دیوفانتوسی ساده.
- محاسبات بسیار ساده همنهشت و نه محاسبات همنهشتی‌ها.

### 3. الف) توابع و دنباله‌ها

- تفسیر نمودارهای ساده.
- دنباله‌های حسابی و هندسی ساده.
- معادله‌های تابعی ساده.
- روابط بازگشتی ساده متناهی.

### 3. ب) جبر

- جمع، تفریق و ضرب چندجمله‌ای‌ها.
- توان‌ها و ریشه‌ها.
- معادلات خطی و معادلات درجه 2 ساده.
- دستگاه‌های معادلات خطی ساده.
- نابرابری‌های ساده که مجموعه جوابش را بتوان به صورت یک بازه نوشت.

### 4. الف) ترکیبیات و احتمال

- مسائل ترکیبیات ساده برای مثلاً تعداد جایگشت‌های متناهی.
- احتمال ساده بدون دانش نظری.
- اصل شمول و عدم شمول.

### 4. ب) منطق / معماها

### 5. موضوعاتی که نباید در مسئله‌ها باشد:

در هندسه: بیضی و هذلولی؛ ویژگی‌های عمومی چندضلعی‌های پیچیده؛ معادله خطوط و دایره‌ها؛ محاسبات مثلثاتی؛ مثلثات کروی؛ هندسه تحلیلی؛ محاسبات مربوط به مختصات نقاط در صفحه یا در فضا؛ مختصات سه‌بعدی.

در نظریه اعداد: معادلات دیوفانتوسی پیچیده؛ استفاده پیچیده از تجزیه به عوامل اول؛ محاسبات پیچیده همنهشتی.

در جبر: سری‌های حسابی یا هندسی؛ دنباله‌های نامتناهی که یک قانون تعریف شده ندارند؛ روابط بازگشتی پیچیده؛ توابع نمایی و لگاریتمی؛ ریشه‌های گویای چندجمله‌ها و معادلات چندجمله‌ای؛ تجزیه چندجمله‌ای‌ها؛ استفاده از ضرایب دوجمله‌ای (انتخاب  $k$  از  $n$ )؛ دستگاه‌های معادلات پیچیده؛ اعداد مختلط.

سایر موارد: احتمال شرطی؛ آمار سطح بالا؛ مسائل سطح بالای احتمال (توزیع نرمال و ...؛ حساب دیفرانسیل و انتگرال.

## گروه سنی Student (پایه‌های 11 و 12)

مسئله‌های این گروه می‌تواند درباره یکی از موضوعات زیر باشد: هندسه اقلیدسی مسطحه، هندسه فضایی، مسئله‌ای درباره عدد سالی که مسابقه برگزار می‌شود، منطق، مسائل شمارشی (ترکیبیاتی) ساده. در فهرست زیر، موضوعات مناسب این گروه سنی با جزئیات کامل آمده است:

### 1-الف. هندسه مسطحه

- خطوط، پاره‌خط‌ها، چندضلعی‌ها، چندضلعی‌های منتظم.
- هم‌نهشتی و تشابه.
- تقارن، بازتاب، انتقال و دوران و تبدیلات ایزومتری و تشابه‌ها در صفحه.
- قضیه فیثاغورث.
- مساحت شکل‌های دو بُعدی ساده (شکل‌هایی که به شکل‌هایی مشابه خودش تجزیه می‌شود).
- محاسبات زاویه‌ها (زاویه‌های موازی و متعامد، زاویه‌های درون دایره، زاویه‌ها در مثلث و چندضلعی‌ها).
- دایره و سهمی.
- هم‌رسی، هم‌خطی و هم‌جواری.

### 1-ب. هندسه تحلیلی دو بُعدی

- مختصات نقاط، معادله خط و دایره و سهمی.
- محاسبه با مختصات نقاط و معادلات خطوط در صفحه.
- حل مثلث با روابط مثلثاتی.

### 1-پ. هندسه فضایی

- روابط فضایی (جهت‌های فضایی، شبکه‌های اجسام).
- مکعب‌ها، هرم‌ها، منشورها، مخروط‌ها، استوانه‌ها، کره‌ها.
- احجام افلاطونی.
- حجم.
- تصویر کردن.
- حرکت سه بُعدی اشیای یک و دو بُعدی، مانند گره‌ها و تا کردن.
- مختصات سه بُعدی نقاط.

### 2. نظریه اعداد

- معماهای عددی.
- توان‌های اعداد.
- عددهای اول.
- تجزیه به عوامل اول.

- اعداد مثلثی.
- معادلات دیوفانتوسی.
- بخش پذیری و محاسبات ساده در مدول ها و همنهشتی ها.

### 3. الف) توابع و دنباله‌ها

- تفسیر نمودارها.
- دنباله‌های حسابی و هندسی ساده و دیگر دنباله‌های خوش تعریف (تعریف شده به صورت بازگشتی).
- معادله‌های تابعی ساده.

### 3. ب) جبر

- قدر مطلق.
- توان‌ها و ریشه‌ها.
- لگاریتم (فقط قوانین ساده، و نه تغییر مبنای).
- دستگاه‌های معادلات و جایگزینی یا تغییرمتغیر.
- نابرابری‌های ساده که مجموعه جوابش را بتوان به صورت یک بازه نوشت.
- تجزیه چندجمله‌های ساده.
- معادلات درجه 2 / معادلات چندجمله‌ای.
- حل مسائل کلامی یا مسائل زمینه‌مدار با استفاده از مدلسازی و روش‌های جبری.

### 4. الف) ترکیبیات و احتمال

- جایگشت‌ها ( $n!$ ).
- ضرایب دو جمله‌ای و تعداد زیرمجموعه‌ها.
- اصل شمول و عدم شمول.
- شمارش نظام‌مند با تحلیل حالت‌ها.
- محاسبه با درخت احتمال.

### 4. ب) منطق / معماها

- تفسیر یک مسئله: امکان کاستن مسئله به مسئله دیگری درباره موضوع دیگر.
- سمانتیک و سینتکس (معنا و نحو): استنتاج حقایق از اطلاعات جزئی در شبکه‌ای از عبارت‌هایی که منطقاً به هم مرتبطند.
- مدل‌ها: معماهایی که از روی مجموعه‌ای از اصول یا قواعد به وجود آمده‌اند.
- ساختار زبان.
- جبر بول: مسائل راستگو / دروغگو.

### 5. موضوعاتی که نباید در مسئله‌ها باشد:

به‌طور کلی: دنباله‌های نامتناهی که به صورت یکتا تعریف نشده‌اند.